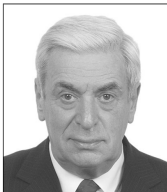


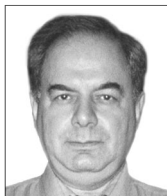
# ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УПРАВЛЯЕМЫХ ЦИКЛИЧЕСКИХ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ СЕТЕВЫХ МОДЕЛЯХ ДЛЯ ПРОЕКТОВ С ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМИ ВЕТВЛЕНИЯМИ

В статье представлена новая управляемая альтернативная сетевая модель, которая является наиболее универсальной в настоящее время и объединяет две разработанные ранее сетевые модели: ациклическую управляемую альтернативную модель (модель CAAN), содержащую сеть с двумя типами альтернативных событий, и циклическую альтернативную модель типа GERT, включающую циклы (контуры) и обладающую возможностью описания разнообразных логических отношений.

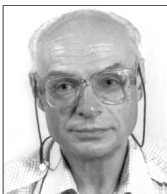
**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** альтернативные циклические сетевые модели, модель CAAN, модель GERT



**Воропаев Владимир Иванович** — профессор, д. т. н., член РАЕН, президент СОВНЕТ, заведующий кафедрой управления проектами и программами ГАСИС (г. Москва)



**Гельруд Ян Давидович** — профессор кафедры предпринимательства и менеджмента Южно-Уральского государственного университета, преподаватель ряда экономических и математических дисциплин. Принимал участие в создании и внедрении более 100 автоматизированных систем управления в различных отраслях промышленности. Автор большого числа публикаций, в том числе монографии «Управление проектами в условиях риска и неопределенности» (г. Челябинск)



**Голенко-Гинзбург Димитрий Исаакович** — профессор, заслуженный деятель и преподаватель факультетов организации производства и управления Университета им. Бен-Гуриона в Негеве и университетского центра «Ариэль» в Самарии (г. Ариэль, Израиль)

**Бен-Яр Авнер** — преподаватель факультета организации производства и управления Академического колледжа «Сами Шамун» (г. Беэр-Шева, Израиль)

## ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим новую управляемую циклическую альтернативную сетевую модель (CCANM), которая является конечным ориентированным циклическим графом  $G(N, A)$ , состоящим из множества узлов (событий)  $N$  и дуг (работ)  $\{(i, j)\}$ ,  $i, j \in N$ , определенных матрицей смежности  $A = \{p_{ij}\}$ ,  $0 \leq p_{ij} \leq 1$ , где  $p_{ij} = 1$  определяет детерминированную дугу  $(i, j)$  и  $0 < p_{ij} < 1$  определяют альтернативное событие  $i$ , которое связано с некоторыми событиями  $j$  с вероятностями  $p_{ij}$ ,

$$\sum_j p_{ij} = 1.$$

Помимо альтернативных событий со стохастическим переходом (обозначим их  $\bar{\alpha}$ ), имеются некоторые специфически определенные события принятия детерминированных решений (обозначим их  $\bar{\alpha}$ ). Каждое из них имеет подмножество дуг, выходящих из события  $i$  с вероятностью, равной 1. Только одна из этих выполняющих переход дуг может быть реализована, и ее выбор — прерогатива менеджера проекта. Для обоих

рассмотренных типов альтернативных событий имеет место  $\bar{\alpha}, \bar{\alpha} \in N$ .

Множество дуг разделено на дуги-работы и дуги-связи. Первые обозначают определенную деятельность, протяженную во времени, последние отражают исключительно логические отношения между работами (действиями). Событие может быть начальным или конечным сроком выполнения работ, а также сроком достижения некоторых из их промежуточных состояний.

Будучи циклической сетевой моделью, SSANM включает различные типы циклов. Цикл — это ряд  $r \geq 0$  последовательно расположенных дуг  $(i, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_{r-1}, i_r), (i_r, i)$ , первая из которых выходит из события  $i \in N$ , а последняя в него входит. Цикл может иметь детерминированную или стохастическую природу. В последнем случае цикл обладает определенной вероятностью, чтобы обеспечить выход из него проекта.

Модель SSANM включает также некоторые сложные логические отношения. С этой целью выполним следующее.

1. Обозначим через  $T_i$  момент, когда событие  $i$  произошло в ходе реализации проекта. Для всех дуг  $(i, j)$ , определенных сетевой моделью, должно соблюдаться отношение:

$$T_j - T_i \geq \psi_{ij} \quad (1)$$

Здесь  $\psi_{ij}$  может быть или детерминированной величиной, или случайной переменной.

2. Временные ограничения:

$$L'_i \leq T_i \leq L''_i \quad (2)$$

(для некоторых  $i \in N$ ) могут быть также включены в SSANM.

Если  $(i, j)$  есть дуга-работа, то случайная величина  $\psi_{ij}$  задает распределение минимальной (при  $\psi_{ij} > 0$ ) или максимальной (при  $\psi_{ij} < 0$ ) продолжительности этой работы.

Для дуг-связей  $(i, j)$  величина  $\psi_{ij}$  задает распределение временной зависимости между событиями  $i$  и  $j$ , причем положительно распределенная величина  $\psi_{ij}$  определяет взаимосвязь типа «не ранее» (событие  $j$  может наступить не раньше чем

через  $\psi_{ij}$  дней после свершения события  $i$ ), а отрицательно распределенная величина  $\psi_{ij}$  определяет взаимосвязь типа «не позднее» (событие  $i$  может наступить не позже чем через  $-\psi_{ij}$  дней после свершения события  $j$ ). В последнем случае такие связи называют «обратными», и они могут образовывать детерминированный цикл.

Рассматриваемая проблема состоит в том, чтобы определить оптимальные переходы в каждом альтернативном управляемом событии, которое достигнуто в ходе реализации проекта. Предлагаемая в настоящей статье модель SSANM — объединение рассматривавшихся ранее управляемой альтернативной сетевой модели (CAAN [1, 2] нециклического типа) и циклической альтернативной сетевой модели (CAAN [3]).

Таким образом, SSANM покрывает более широкий диапазон сложных альтернативных сетевых моделей, нежели любая из ранее описанных моделей.

Чтобы анализировать и оптимизировать SSANM, необходимо решить несколько сложных проблем:

1) обеспечить формирование всех непротиворечивых объединенных вариантов, реализующих выбор оптимальных переходов в каждом достигаемом управляемом альтернативном событии;

2) разработать специальную методику определения противоречий, вытекающих из циклической структуры модели и противоречивых указаний в управляемых альтернативных событиях;

3) расширить класс решаемых задач, оптимизируя целевую функцию в условиях отсутствия противоречий в понимании объединенных вариантов типа SSANM.

Большинство выделенных выше проблем решены посредством моделирования в комбинации с итерационной процедурой обработки параметров объединенных вариантов.

## 1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДЕЛИ CAAN

Прежде всего введем и раскроем некоторые определения.

**1. Граф переходов.** Для анализа модели типа CAAN мы используем специальную сеть, которую назовем графом переходов. Последний определяется как  $G^*(N^*, A^*)$  и может быть получен путем преобразования начальной сети  $G(N, A)$ . Справедливо отношение  $N^* = n_0 \cup \langle n' \rangle \cup \bar{N} \cup \bar{N}, \bar{N} = \cup \bar{\alpha}, \bar{N} = \cup \bar{\alpha}$ , т.е. набор событий графа переходов содержит исходное событие, конечные события и все альтернативные события. Каждая дуга  $(i, j) \in A^*$  графа переходов эквивалентна определенному фрагменту  $G_{ij}$  начальной сети  $G(N, A)$ . Если различные фрагменты  $G_{ij} \subset G(N, A)$  не пересекаются, то оба графа  $G(N, A)$  и  $G^*(N^*, A^*)$  называют полностью разделимыми.

Алгоритм преобразования начальной сети к графу переходов представлен в работе Statistische Methoden der Netzplantechnik [1].

**2. Направление дуги.** Введем понятие направления дуги, выходящей из альтернативного события  $\alpha$ -типа. Все дуги  $(i, j)$ , выходящие из события  $\bar{\alpha}_i$  или  $\bar{\alpha}_i$ , пронумеруем по часовой стрелке как  $h_{ij} = 1, 2, \dots, n_i$ , где  $n_i$  — число переходов из события  $\alpha_i$ . Таким образом, направление дуги  $(i, j)$  равно соответствующему порядковому номеру  $h_{ij}$ .

**3. Частные, полные и объединенные варианты.** Частный вариант — это вариант реализации события. Он соответствует определенному направлению развития проекта в конкретном случае. Вариант реализации целого проекта, который не содержит альтернативных переходов и сформирован последовательностью частных вариантов, называют полным вариантом. На графе переходов  $G^*(N^*, A^*)$  определенная дуга  $(i, j)$  соответствует частному варианту, а путь, соединяющий начальное событие  $n_0$  с одним из конечных событий, соответствует полному варианту. Граф переходов может быть расценен как совокупность стохастических сетей с альтернативными событиями только  $\bar{\alpha}$ -типа. Эти сети получены посредством выбора различных переходов в управляемых альтернативных событиях  $\alpha$ -типа. Такие стохастические сети, которые являются частью

графа переходов, называют объединенными вариантами модели CAAN.

Таким образом, объединенный вариант может быть выделен из графа  $G^*(N^*, A^*)$  посредством фиксирования определенных непротиворечивых направлений в альтернативных событиях типа  $\bar{\alpha}$ , исключая при этом остальные направления.

Пусть

$$\bar{N}^* = \left[ \bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots, \bar{\alpha}_m \right] —$$

множество  $\alpha$ -событий графа переходов  $G^*(N^*, A^*)$ . Каждый объединенный вариант определяется выбором отдельных направлений в некоторых из этих событий  $\bar{\alpha}_{i_1}, \dots, \bar{\alpha}_{i_r}$  (непротиворечивых), т.е. набором:

$$V = \left[ \bar{\alpha}_{i_1}, h_{i_1 q_1}, \dots, \bar{\alpha}_{i_r}, h_{i_r q_r} \right]. \quad (3)$$

**4. Допустимые планы.** Набор, составленный из некоторого подмножества  $\bar{\alpha}$ -событий и направлений в них, уникально определяющий объединенный вариант, назовем допустимым планом. Множество объединенных вариантов находится во взаимно однозначном соответствии с множеством допустимых планов.

## 2. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ И ЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА

Решение задачи оптимизации CAAN состоит из трех шагов.

**Шаг 1:** определение и выделение из графа переходов всех объединенных вариантов вместе с соответствующими допустимыми планами.

**Шаг 2:** вычисление значений целевой функции и ограничений (обычно в виде средних значений) для каждого варианта.

**Шаг 3:** определение оптимального объединенного варианта и следование оптимальным направлением до ближайшего детерминированного

альтернативного события. Задача должна неоднократно решаться для преобразованной сети в каждом управляемом альтернативном событии типа  $\bar{\alpha}$ , в которое последовательно попадает проект при различных сценариях его реализации.

Математическая формулировка задачи следующая: определить объединенный вариант  $s^*$ , оптимизирующий среднее значение целевой функции

$$E[F(s^*)] = \text{Min} (\text{Max}) \sum_{s \in \nabla \subset G^*(N^*, A^*)} p_{is} F(\pi_{is}) \quad (4)$$

и удовлетворяющий ограничению:

$$E[H(s^*)] = \sum_{\pi_{is} \in \Omega_s} p_{is} H(\pi_{is}) < H, \quad (5)$$

где  $\Omega_s$  — набор полных вариантов, входящих в  $s$ -й объединенный вариант;

$\nabla$  — набор объединенных вариантов, входящих в модель типа СААН;

$p_{is}$  — вероятность реализации  $i$ -го полного варианта  $\pi_{is}$  в  $s$ -м объединенном варианте;

$F(\pi_{is})$  — значение целевой функции для  $i$ -го полного варианта в  $s$ -м объединенном варианте;

$H(\pi_{is})$  — значение ограничения для полного варианта  $\pi_{is} \in \Omega_s$ ;

$H$  — заданный уровень ограничения.

Когда  $F$  — продолжительность времени, ограничение  $H$  — обычно стоимость проекта, и наоборот. В случае необходимости может использоваться несколько ограничений.

Когда все объединенные варианты определены (шаг 1), исследуется каждый из них. При этом просматриваются все полные варианты, входящие в рассматриваемый объединенный вариант (шаг 2). Но т.к. любой объединенный вариант содержит только альтернативные события типа  $\alpha$ , задача на этом шаге сводится к анализу сети GERT-типа, не содержащей управляемых событий (чистая стохастическая альтернативная сеть). Этот анализ может быть вы-

полнен, как показано в работах Д. Голенко-Гинзбурга [1, 2].

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕДИНЕННЫХ ВАРИАНТОВ

Процедура формирующего варианты шага 1<sup>1</sup> сводится к последовательному использованию следующих трех алгоритмов [2].

**Алгоритм 1:** построение  $\bar{\alpha}$ -структуры для графа переходов  $G^*(N^*, A^*)$ .

**Алгоритм 2:** определение максимальных путей в  $\bar{\alpha}$ -структуре.

**Алгоритм 3:** определение допустимых планов и объединенных вариантов.

Алгоритмы организованы так, что результирующая информация каждого алгоритма служит начальными данными для следующего. Начальными данными для алгоритма 1 является информация о графе переходов  $G^*(N^*, A^*)$ <sup>2</sup>. Отметим, что процедура может быть применена только к полностью разделимой сети.

#### 3.1. Алгоритм 1 для построения $\bar{\alpha}$ -структуры

$\bar{\alpha}$ -структура — это множество четверок  $(\alpha_i, h_{jk}, \alpha_j, p_{ijk})$ , удовлетворяющих следующим условиям:

- каждая четверка определяет путь, соединяющий события  $\alpha_i$  и  $\alpha_j$ ;

- оба события  $\alpha_i$  и  $\alpha_j$  относятся к  $\bar{N} \cup \{n\}$ ;

- все промежуточные события между  $\alpha_i$  и  $\alpha_j$  относятся к  $\bar{N}$ ;

- $h_{jk}$  обозначает направление дуги, выходящей из события  $\alpha_j$ ;

- $p_{ijk}$  обозначает вероятность достижения  $\alpha_j$  при условии выхода из  $\alpha_i$  в направлении  $h_{jk}$ .

Алгоритм 1 для построения  $\bar{\alpha}$ -структуры в общих чертах описан в работе Alternative Activity Networks for Project Management [2] на основе использования графа переходов.

<sup>1</sup> См. раздел 2. — Здесь и далее прим. авт.

<sup>2</sup> См. п. 1 раздела 1.

Множество четверок, т.е.  $\bar{\alpha}$ -структура графа переходов, изображенного на рис. 1, представляется следующим образом (направления  $h_{ik}$  помещены в фигурные скобки):

1,	{1},	2,	1;
2,	{1},	12,	0,18;
2,	{1},	13,	0,42;
2,	{1},	7,	0,4;
2,	{2},	4,	1;
2,	{3},	10,	0,5;
2,	{3},	11,	0,5;
4,	{1},	8,	1;
4,	{2},	18,	0,4;
4,	{2},	19,	0,6;
7,	{1},	14,	1;
7,	{2},	15,	1;
8,	{1},	16,	1;
8,	{2},	17,	1.

### 3.2. Алгоритм 2 для определения максимальных путей

Рассмотрим понятие максимального пути.

Каждая дуга  $\bar{\alpha}$ -структуры идентифицируется тройкой  $(\alpha_r, h_{ik}, \alpha_j)$ . Тройки, соответствующие различным дугам, должны отличаться по крайней мере одним элементом. Тройки с отличием только во втором элементе соответствуют дугам, соединяющим одну и ту же пару событий по различным направлениям; тройки с отличием только в третьем элементе соответствуют дугам, соединяющим одно и то же событие в том же самом направлении с различными событиями.

■ **Определение 1.** Последовательность дуг:

$$(\alpha_1, h_{1k_1}, \alpha_2), (\alpha_2, h_{2k_2}, \alpha_3), \dots, (\alpha_r, h_{rk_r}, \alpha_{r+1}), \quad (6)$$

в которой конечные события одной дуги, исключая последнюю, являются начальными событиями следующей, называется путем в  $\bar{\alpha}$ -структуре и записывается так:

$$(\alpha_1, h_{1k_1}, \alpha_2, h_{2k_2}, \alpha_3, \dots, \alpha_r, h_{rk_r}, \alpha_{r+1}). \quad (7)$$

■ **Определение 2.** Путь в  $\bar{\alpha}$ -структуре будем называть максимальным, если он не является частью никакого другого пути. Очевидно, любой максимальный путь ведет от исходного события  $n_0$  к некоторому конечному событию из  $\{n'\}$ .

### 3.3. Лексикографический порядок отбора вариантов

Чтобы определить все максимальные пути, последние должны быть расположены в лексикографическом порядке следующим образом.

Пусть все события в  $\bar{\alpha}$ -структуре пронумерованы различными числами, например:  $\alpha_1, \alpha_2$  — номера событий. Также определим все различные направления, ведущие от каждого события  $\alpha_i$ . Рассмотрим два различных максимальных пути:  $X_1 = (\alpha_{a'}, h_{ab'}, \alpha_{c'}, \alpha_e)$  и  $X_2 = (\alpha_{m'}, h_{mn'}, \alpha_{p'}, \dots, \alpha_2)$ .

Сравним попарно элементы этих путей:  $\alpha_a$  и  $\alpha_{m'}$ ,  $h_{ab}$  и  $h_{mn'}$ ,  $\alpha_c$  и  $\alpha_p$  и т.д. Пути отличны и максимальны, и пара отличающихся элементов  $\alpha_f$  и  $\alpha_r$  (или  $h_{fg}$  и  $h_{rs}$ ) должна быть найдена, в то время как другие предыдущие пары совпадают. Если в этом случае  $\alpha_f < \alpha_r$  (или  $h_{fg} < h_{rs}$ ), первый упорядоченный путь лексикографически предшествует второму. Таким образом, первый путь предшествует второму, если его последовательность лексикографически предшествует последовательности второго пути. Точно так же лексикографический порядок введен на множестве всех дуг  $(\alpha_r, h_{ik}, \alpha_j)$ , входящих в  $\bar{\alpha}$ -структуру.

Алгоритм 2 для определения максимальных путей описан в работе Alternative Activity Networks for Project Management [2]. Он определяет все максимальные пути в лексикографическом порядке. Алгоритм 2 состоит из двух главных частей: процедуры выбора первого максимального пути и процедуры для перехода от одного произвольного максимального пути к следующему в лексикографическом порядке. При использовании первой процедуры и затем многократно второй мы получаем все максимальные пути в  $\bar{\alpha}$ -структуре.

Множество максимальных путей для  $\alpha$ -структуры, сформированной выше для графа переходов, изображенного на рис. 1, следующее:

- 1, {1}, 2, {1}, 7; {1}, 14;
- 1, {1}, 2, {1}, 7; {2}, 15;
- 1, {1}, 2, {1}, 12;
- 1, {1}, 2, {1}, 13;
- 1, {1}, 2, {2}, 4; {1}, 8; {1}, 16;
- 1, {1}, 2, {2}, 4; {1}, 8; {2}, 17;
- 1, {1}, 2, {2}, 4; {2}, 18;
- 1, {1}, 2, {2}, 4; {2}, 19;
- 1, {1}, 2, {3}, 10;
- 1, {1}, 2, {3}, 11.

### 3.4. Алгоритм 3 для определения допустимых планов и объединенных вариантов

Данный алгоритм включает, в свою очередь, три последовательно используемых подалгоритма. Подалгоритм 3а преобразовывает информацию, полученную от алгоритма 2, устраняя возможную избыточность данных. Подалгоритм 3б определяет последовательно все допустимые планы, в то время как подалгоритм 3с выбирает соответствующие объединенные варианты.

Работа главных частей алгоритма 3 основана на лексикографическом упорядочении и напоминает алгоритм 2. Как и последний, алгоритм 3 состоит из двух частей: процедуры для определения первого допустимого плана и процедуры для перехода от рассмотренного допустимого плана к следующему. Набор шести допустимых планов относительно графа переходов, представленного на рис. 1, следующий:

- 1, {1}, 2, {1}, 7; {1};
- 1, {1}, 2, {1}, 7; {2};
- 1, {1}, 2, {2}, 4; {1}, 8; {1};
- 1, {1}, 2, {2}, 4; {1}, 8; {2};
- 1, {1}, 2, {2}, 4; {2};
- 1, {1}, 2, {3}.

Графическое изображение шести объединенных вариантов представлено на рис. 2.

Таким образом, мы показали, что лексикографический просмотр является действенной основой для анализа модели ССАНМ.

## 4. ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ЦИКЛИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ССАНМ

Мы предлагаем, оптимизируя ССАНМ, выполнять следующую итерационную процедуру.

**Шаг 1:** исключить все циклы в рассматриваемой модели ССАНМ. Таким образом, ССАНМ становится ациклической сетью. Обозначим измененную сеть ССАНМ\*.

**Шаг 2:** для сети ССАНМ\* определить соответствующий ей граф переходов [1].

**Шаг 3:** согласно рассмотренным выше алгоритмам 1–3<sup>3</sup> определить для ССАНМ\* ее объединенные варианты вместе с их допустимыми планами.

**Шаг 4:** для каждого объединенного варианта совершить обратную модификацию к начальной подсети.

**Шаг 5:** для каждого объединенного варианта, который первоначально содержал циклы, осуществить обратное преобразование в сетевую модель независимо для каждого цикла.

Рассмотрим подробнее шаг 5. Предположим, что в некотором событии  $i$  существует цикл  $L(i)$  (событие  $i$  является начальным и конечным для некоторого циклического пути) со следующими свойствами:

- 1) цикл обладает детерминированной длиной, которую мы обозначим  $TL(i)$ , со стоимостью выполнения работ цикла  $CL(i)$ ;
- 2) цикл обладает вероятностью невыхода из него (обозначим ее  $P(i)$ ), удовлетворяющей  $0 < P(i) < 1$ ). Таким образом, вероятность выполнения цикла равна  $1 - P(i)$ .

<sup>3</sup> См. раздел 3.

Рис. 1. Управляемая альтернативная сетевая модель проекта

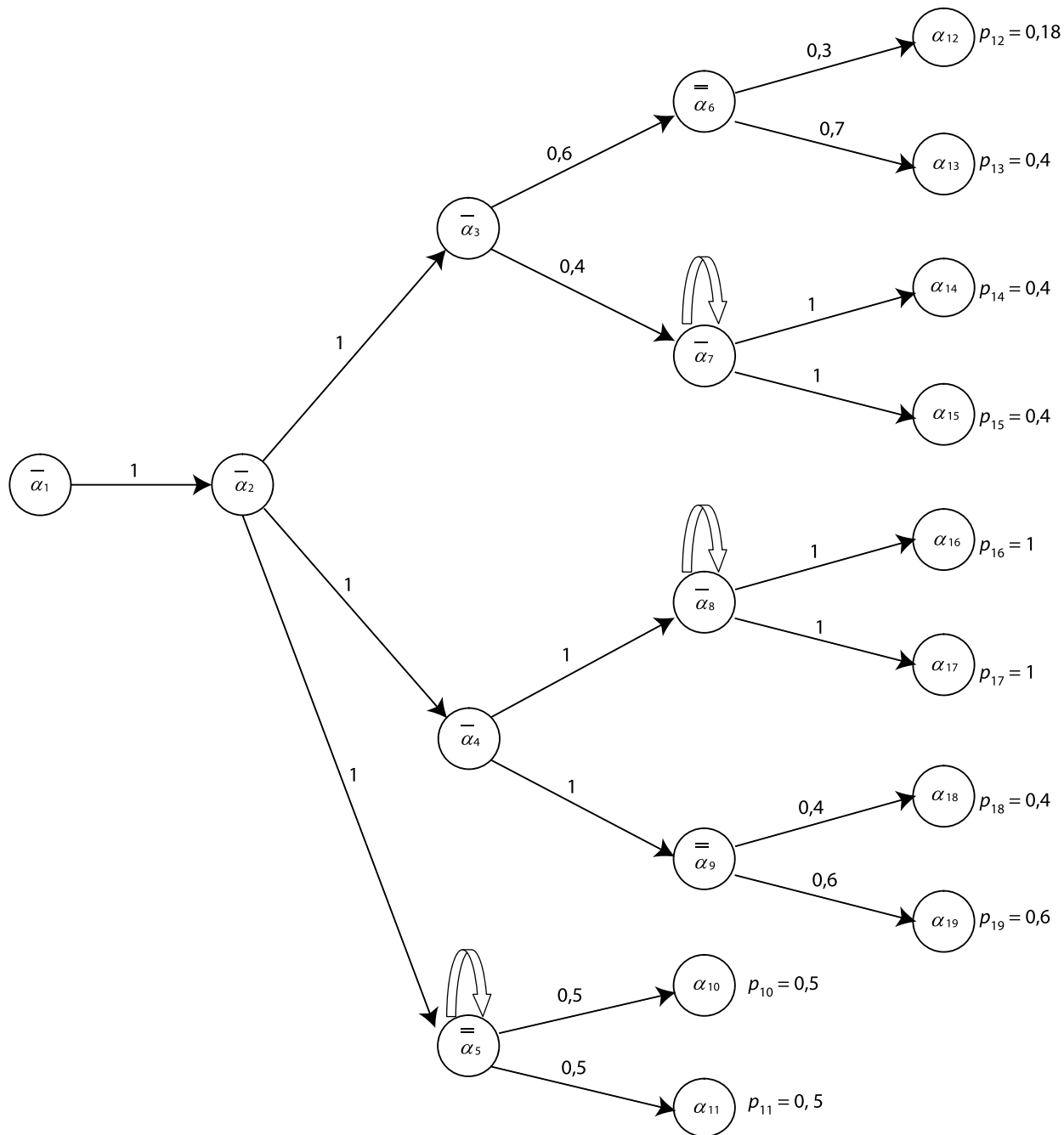
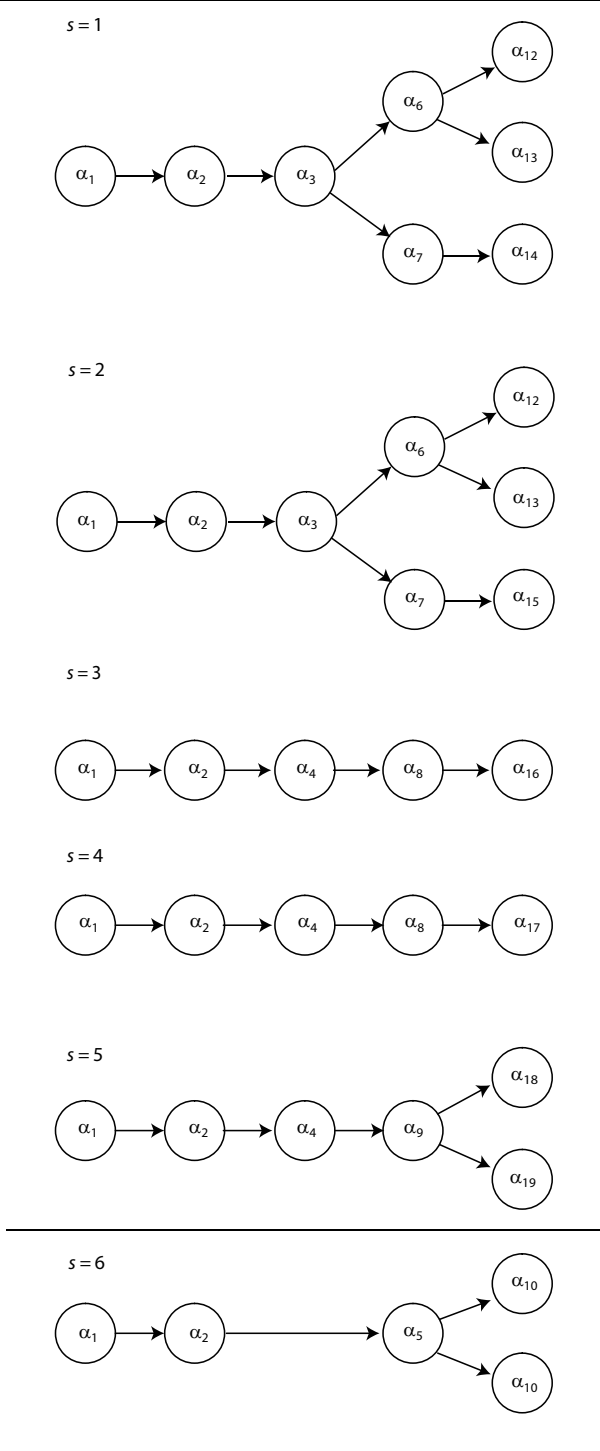


Рис. 2. Объединенные варианты проекта





Обозначим уровень надежности  $\beta(i)$ , который фактически гарантирует выход проекта из цикла  $L(i)$  при условии его возможной многократной реализации. Само собой разумеется, что  $\beta(i)$  должен быть очень близок к 1;  $\beta(i)$  задаются дифференцированно для разных событий, главным образом в зависимости от принадлежности  $i$  к критической зоне проекта [1]. Чтобы удовлетворить требованиям заданного  $\beta(i)$ , мы должны определить максимальное число последовательных «пробегов» для цикла. Очевидно, что такое значение (обозначим его  $K_i$ ) может быть получено путем сравнения вероятности выхода из цикла не больше чем за  $K_i$  испытаний с уровнем надежности  $\beta(i)$ .

Минимальное  $K_i$ , удовлетворяющее условию:

$$\sum_0^{K_i} P(i)[1-P(i)]^{K_i} \geq \beta(i), \quad (8)$$

служит для определения  $K_i$ . Отметим, что вычисленные таким образом  $K_i$  позволяют определить средние затраты на дополнительно выполняемые работы цикла  $C[L(i)] \times K_i$ , где  $K_i$  обозначает среднее значение случайной величины количества «проходов» по циклу, принимающей значения от 0 до  $K_i$  с вероятностями, равными членам ряда (8).

Те же самые оценки  $K_i$  должны быть получены для всех циклов, осуществляемых в проекте.

Таким образом, после выполнения шага 5 объединенные варианты получают новые затраты и новую продолжительность. В случае вероятностных  $L(i)$  могут быть легко вычислены их соответствующие параметры, например средние значения.

Отметим: вычисленные значения  $K_i$  означают, что после совершения  $K_i$  «пробегов» цикла проект должен выйти из него даже за счет ухудшения целевой функции проекта.

**Шаг 6:** ввести (в случае необходимости) отношения (1–2) в SSANM.

**Шаг 7:** на основе пересчитанных затрат и продолжительностей времени для объединенных вариантов решаются проблемы оптимизации (4–5). Отметим, что выбор целевой функции для SSANM не принципиален, а является сугубо техническим

вопросом. Обычно оптимизируются стоимостные или временные параметры проекта.

## 5. ЧИСЛОВОЙ ПРИМЕР

Рассчитаем числовой пример для управляемой циклической сетевой модели, которая представлена на рис. 1. Сетевая модель включает три цикла:  $L(5)$ ,  $L(7)$  и  $L(8)$  со следующими параметрами:

$$CL(5) = 50, P(5) = 0,6;$$

$$CL(7) = 100, P(7) = 0,8;$$

$$CL(8) = 100, P(8) = 0,7.$$

Уровень надежности всех  $L(i)$  взят  $\beta_i = 0,99$ . Затраты на отдельные работы (взятые без циклов) следующие:

$$C_{1,2} = 10, C_{4,8} = 11, C_{7,14} = 15,$$

$$C_{2,3} = 6, C_{4,9} = 13, C_{7,15} = 20,$$

$$C_{2,4} = 15, C_{5,10} = 12, C_{8,16} = 15,$$

$$C_{2,5} = 12, C_{5,11} = 36, C_{8,17} = 8,$$

$$C_{3,6} = 14, C_{6,12} = 10, C_{9,18} = 10,$$

$$C_{3,7} = 9, C_{6,13} = 16, C_{9,19} = 18.$$

Отметим: имеющиеся циклы  $L(8)$  и  $L(7)$  предполагают, что принятие решения по выбору направления дальнейшего перехода должно быть осуществлено только после того, как проект оставит цикл и выйдет из события 7 или 8. Что касается  $L(5)$ , случайный выбор направлений (5, 10) и (5, 11) выполняется только после выхода из  $L(5)$ , т.е. при тех же самых условиях.

Необходимо решить следующую задачу: выбрать оптимальный объединенный вариант, который приводит к минимальной средней величине стоимости реализации проекта (принимая во внимание также циклы), обеспечивая при этом принятие решения для каждого детерминированного альтернативного события, которое будет достигнуто в ходе выполнения проекта.

При решении рассматриваемой задачи все циклы первоначально были исключены, чтобы использовать алгоритмы моделей CAAN для получения вариантов. Шесть полученных объединенных вариантов представлены на рис. 2. Математические ожидания стоимости осуществления сформированных объединенных вариантов могут быть вычислены следующим образом (см. рис. 1 и 2):

$$\bar{C}(s_1) = (10 + 6 + 14 + 10) \times 0,18 + (10 + 6 + 14 + 16) \times 0,42 + (10 + 6 + 9 + 15) \times 0,4 = 42,52;$$

$$\bar{C}(s_2) = 40 \times 0,18 + 46 \times 0,42 + 45 \times 0,4 = 44,52;$$

$$\bar{C}(s_3) = 51;$$

$$\bar{C}(s_4) = 44;$$

$$\bar{C}(s_5) = (10 + 15 + 13 + 10) \times 0,4 + (10 + 15 + 13 + 10) \times 0,6 = 48;$$

$$\bar{C}(s_6) = (10 + 12 + 12) \times 0,5 + (10 + 12 + 36) \times 0,5 = 46.$$

После определения средней стоимости объединенных вариантов CAAN-типа вставим назад три цикла  $L(5)$ ,  $L(7)$  и  $L(8)$ , чтобы получить скорректированные значения  $C(s_1) - C(s_6)$ , которые мы обозначим соответственно  $\bar{C}^*(s_q)$ ,  $1 \leq q \leq 6$ .

Для цикла  $L(5)$  величина  $\bar{K}_5$  может быть вычислена следующим образом:

$$\bar{K}_5 = 1 \times 0,6 \times 0,4 + 2 \times 0,4^2 \times 0,6 + 3 \times 0,4^3 \times 0,6 + 4 \times 0,4^4 \times 0,6 \approx 0,6,$$

поскольку соблюдается отношение:

$$\sum_{q=0}^3 0,6 \times 0,4^q < 0,99 < \sum_{q=0}^4 0,6 \times 0,4^q,$$

т.е.  $K_5 = 4$ .

Таким образом, среднее значение стоимости объединенного варианта  $s_6$ , включающего  $L(5)$ ,

увеличивается на  $0,6 \times 50 = 30$  и становится в модифицированной SSANM\* равным  $\bar{C}^*(s_6) = 46 + 30 = 76$ .

Для цикла  $L(7)$  значение  $\bar{K}_7$  может быть вычислено следующим образом:

$$\bar{K}_7 = 1 \times 0,8 \times 0,2 + 2 \times 0,2^2 \times 0,8 \approx 0,222,$$

поскольку соблюдается отношение:

$$\sum_{q=0}^1 0,8 \times 0,2^q < 0,99 < \sum_{q=0}^2 0,8 \times 0,2^q,$$

т.е.  $K_7 = 2$ .

Таким образом, средние значения стоимости объединенных вариантов  $s_1$  и  $s_2$ , которые включают  $L(7)$ , должны увеличиться на  $0,222 \times 100 = 22,2$ , что приводит к новым значениям стоимости:

$$\bar{C}^*(s_1) = 42,52 + 22,2 = 64,72,$$

$$\bar{C}^*(s_2) = 44,52 + 22,2 = 66,72.$$

Для цикла  $L(8)$  мы, наконец, получаем:

$$\bar{K}_8 = 1 \times 0,7 \times 0,3 + 2 \times 0,7 \times 0,3^2 + 3 \times 0,7 \times 0,3^3 \approx 0,39,$$

поскольку соблюдается отношение:

$$\sum_{q=0}^2 0,7 \times 0,3^q < 0,99 < \sum_{q=0}^3 0,7 \times 0,3^q,$$

т.е.  $K_8 = 3$ .

Таким образом, средние значения стоимости объединенных вариантов  $s_3$  и  $s_4$ , оба из которых включают  $L(8)$ , должны быть скорректированы посредством их увеличения на  $0,39 \times 80 = 31,2$ . Поэтому скорректированные значения  $\bar{C}_3^*$  и  $\bar{C}_4^*$  следующие:

$$\bar{C}_3^* = 51 + 31,2 = 82,2,$$

$$\bar{C}_4^* = 44 + 31,2 = 75,2.$$

Объединенный вариант  $s_5$  остается неизменным, т.к. не включает никакого цикла. Таким образом, окончательные средние значения стоимости объединенных вариантов следующие:

$$\bar{C}_1^* = 64,72, \bar{C}_2^* = 66,72, \bar{C}_3^* = 82,2,$$

$$\bar{C}_4^* = 75,2, \bar{C}_5^* = 48, \bar{C}_6^* = 76.$$

Таким образом, объединенный вариант  $s_5$  является оптимальным с минимальным значением стоимости, и необходимо управлять проектом следующим образом (см. рис. 2):

- 1) если в ходе выполнения проекта достигнуто событие  $\bar{\alpha}_2$ , то выбирается направление (2, 4);
- 2) после достижения следующего управляемого детерминированного события необходимо выбрать направление (4, 9).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Большинство долгосрочных, комплексных R&D-проектов являются по своей сути стохастическими. Многие из них включают элементы со случайными параметрами (продолжительность, стоимость и т.д.). Кроме того, в некоторых проектах даже сама структура и топология (взаимосвязь работ и событий) могут иметь случайную природу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Golenko-Ginzburg D. (1972). *Statistische Methoden der Netzplantechnik*. BSB Teubner, Leipzig, Deutschland.
2. Golenko-Ginzburg D. (1988). «Alternative activity networks for project management». *European Journal of Operational Research*, Vol. 37, 336–346.
3. Воропаев В.И., Гельруд Я.Д. Обобщенные стохастические сетевые модели для управления комплексными проектами // Управление проектами и программами. — 2008. — Ч. 1, 2. — С. 2–13, 92–104.

Статья была представлена на 23-м Всемирном конгрессе IPMA (2009 г., г. Хельсинки).

Обычно так происходит, когда есть несколько альтернативных путей для достижения промежуточных и окончательных целей. Такими свойствами обладает широкий спектр проектов, например:

- крупные и очень сложные R&D-проекты с долгосрочными целями, особенно когда разрабатывается совершенно новое изделие при отсутствии подобных опытных образцов в прошлом<sup>4</sup> (реализация таких проектов обычно сопряжена с высокой неопределенностью, а также с альтернативными переходами в ключевых событиях);
- долгосрочные проекты в строительной промышленности при проектировании и строительстве уникальных сооружений (различные системы защиты, морские подводные туннели, нефтегазовые трубопроводы и т.д.);
- разработка фармацевтической и новых видов химической продукции, проекты в области нанотехнологий и т.д.

Важность таких проектов существенна, фактически все индустриально развитые страны рассматривают и выполняют так называемые целевые программы или целевые проекты, определяющие тенденцию технологического развития государства.

<sup>4</sup> Такие проекты часто реализуются в космической и других оборонных отраслях промышленности.