

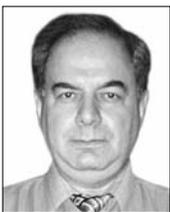
ОБОБЩЕННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫМИ ПРОЕКТАМИ (ЧАСТЬ 2)

В настоящей работе приводится подробное математическое описание ЦАСМ с обоснованием необходимых условий непротиворечивости. Рассмотрена формальная постановка задач временного анализа ЦАСМ, а также представлены алгоритмы ресурсно-временного анализа ЦАСМ, проиллюстрированные численными примерами. В заключительном разделе статьи описано применение ЦАСМ для решения класса задач календарного планирования работ сложных проектов с ограничениями на ресурсы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: классические сетевые модели, обобщенные сетевые модели, вероятностные сетевые модели, стохастические сетевые модели, циклические альтернативные сетевые модели



Воропаев Владимир Иванович — академик РАН и МАИЭС, профессор кафедры управления проектами ГУУ, заведующий кафедрой управления проектами и программы ГАСИС. Международный ассессор IPMA и руководитель Международной сертификационной программы SOVNET / IPMA. Автор свыше 250 научных работ. Удостоен в 2005 г. награды IPMA «За выдающийся вклад в развитие мирового УП» (г. Москва)



Гельруд Ян Давидович — профессор кафедры предпринимательства и менеджмента Южно-Уральского государственного университета, преподаватель ряда экономических и математических дисциплин. Принимал участие в создании и внедрении более 100 автоматизированных систем управления в различных отраслях промышленности. Автор большого числа публикаций, в том числе монографии «Управление проектами в условиях риска и неопределенности» (г. Челябинск)

4. АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ ЦАСМ

4.1. Планы ранних и поздних сроков

Для расчета ранних и поздних сроков совершения событий предлагается модифицированный алгоритм «Маятник». Идея модификации заключается в синтезе статистического метода расчета параметров, применяемого для вероятностных сетей [12], и алгоритма «Маятник», используемого в обобщенных сетях [5], с последующим применением его для ЦАСМ.

Принципиальная блок-схема алгоритма для расчета p -квантильных оценок ранних сроков наступления событий приведена на рис. 4.

Блок 1. Ввод исходных данных (коэффициентов матрицы A , параметров распределения ψ_{ij} уровня достоверности p). Упорядочение сети. Для небольших сетей вычисление $P(j)$ производится по формулам GERT-преобразований и (13).

Блок 2. Нахождение необходимого числа «розыгрышей» N для обеспечения заданной

точности результатов. Проведенные расчеты показали, что при $p = 0,95$, $\varepsilon = 0,05$ получаем $N \approx 270$.

Блок 3. $v = v + 1$ (v — номер розыгрыша).

Блок 4. Розыгрыш v -ого варианта случайных величин ψ_{ij} каждой в соответствии с ее законом распределения, получение констант $\psi_{ij}^{(v)}$ — длины дуги (i, j) при v -ом розыгрыше.

Блок 5. Розыгрыш для каждой альтернативной вершины i перехода в смежную вершину j (разыгрывается дискретная случайная величина p_{ij} , представленная i -ой строкой матрицы смежности A , $0 < p_{ij} < 1$ и $\sum p_{ij} = 1$). Выбранная дуга помечается, остальные из графа исключаются. Если в полученном графе образовался контур $K(i)$, содержащий хотя бы одну помеченную дугу, он является стохастическим, вычисляем его длину $L^{(v)}K(i)$ и опять для вершины i разыгрываем дискретную случайную величину p_{ij} . В соответствии с леммой 1 один и тот же стохастический контур при заданном уровне достоверности p может образоваться не более k раз, где k оценивается по формуле (14). k -кратную длину контура прибавляем к длине дуги, которую мы «разыграли» на шаге $(k + 1)$, и переходим к анализу другого стохастического контура (если он есть). При этом могут образоваться противоречия в сети (положительные детерминированные контуры), тогда в соответствии с (17) прибавляем δ -кратную длину контура, оценивая тем самым время совершения «выходного» из контура события в среднем.

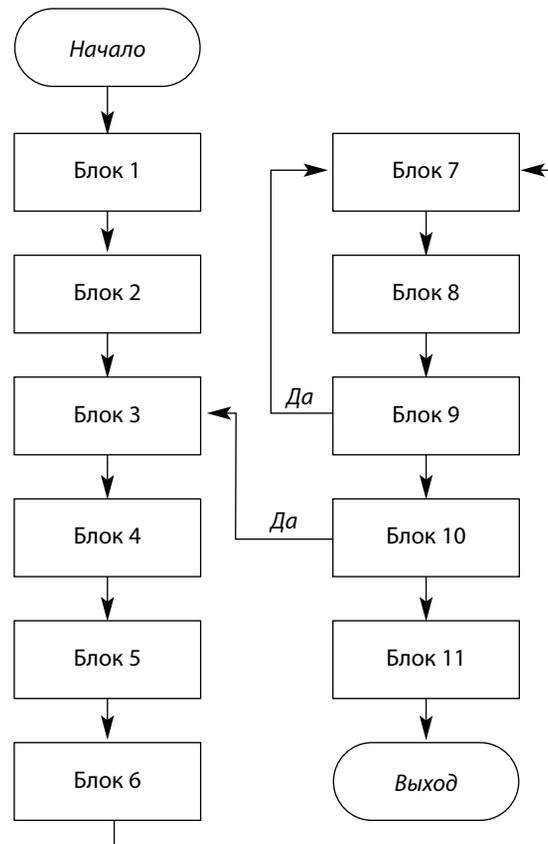
Блок 6. Полученную детерминированную обобщенную сеть $G^{(v)}$ разбиваем на две сети $G_1^{(v)}$ и $G_2^{(v)}$ так, чтобы ни та, ни другая сеть не содержала контуров. Вершины в сети $G_1^{(v)}$ упорядочиваем по рангам и в соответствии с ними устанавливаем «правильную» нумерацию. Переносим эту нумерацию на сеть $G_2^{(v)}$ и на исходную $G^{(v)}$.

Блок 7. Для всех вершин i сети $G_1^{(v)}$ вычисляем ранние сроки свершения:

$$T_i^{0(v)} := \max_j \{T_j^{0(v)} + \psi_{ij}^{(v)}\}.$$

Блок 8. Проводим процедуры, аналогичные блоку 7, для вершин сети $G_2^{(v)}$.

Рис. 4. Принципиальная блок-схема алгоритма для расчета p -квантильных оценок ранних сроков совершения событий



Блок 9. Если результаты блоков 7 и 8 хотя бы по одному показателю не совпадают, то возвращаемся к блоку 7 (количество таких возвратов не превышает число обратных дуг в $G_2^{(v)}$), иначе — блок 10.

Блок 10. Если номер розыгрыша $v < N$, то переходим к блоку 3, иначе — к блоку 11.

Блок 11. Для каждой вершины i подсчитываем количество ее наступлений $N(i)$. Для детерминированных вершин $N(i) = N$. $P(i) = N(i)/N$ — статистическая характеристика вероятности

наступления события i , полученная методом имитационного моделирования. Из полученной совокупности $\{T_i^{0(\xi)}\}$ для каждой вершины i строим вариационный ряд. Фиксируем такое значение $T_i^{0(\xi)}$, чтобы $N_\xi/N(i) = p$, где N_ξ — число членов вариационного ряда, меньших $T_i^{0(\xi)}$. Величина $T_i^{0(\xi)}$ является искомым p -квантилем раннего срока совершения i -ого события $W_p(T_i^0)$. Аналогично по вариационным рядам $\{\psi_{ij}^{(v)}\}$ строим p -квантильные оценки длин дуг $W_p(\psi_{ij})$.

На вход блока 6 поступает v -ый вариант обобщенной сетевой модели $G^{(v)}$, и, собственно, блоки 6–9 представляют собой укрупненную блок-схему алгоритма «Маятник» для вычисления ранних сроков совершения событий в ОСМ. Подробно этот алгоритм изложен в работах [5, 10], там же приведен алгоритм для вычисления поздних сроков совершения событий. Применяя этот алгоритм в блоках 7 и 8, получаем $T_i^{1(v)}$ — поздние сроки совершения событий для v -ого варианта обобщенной сетевой модели, при этом блок 11 дает p -квантильные оценки поздних сроков совершения событий $W_p(T_i^1)$.

4.2. Планы минимальной продолжительности

Продолжительность $L(T^{(v)})$ любого допустимого плана $T^{(v)} = \{T_i^{(v)}\}$ v -ого варианта сети $G^{(v)}$ определяется по формуле:

$$L(T^{(v)}) = \max_{ij} |T_i^{(v)} - T_j^{(v)}|. \quad (21)$$

Заменяя в блок-схеме на рис. 4 блоки 6–9 на блок нахождения минимума функции (21), получаем план минимальной продолжительности для сети $G^{(v)}$ (или «сжатый» план). Величина:

$$L(T^{*(v)}) = \min \max_{ij} |T_i^{(v)} - T_j^{(v)}| \quad (22)$$

является критическим временем сети $G^{(v)}$. Метод нахождения сжатого плана для ОСМ подробно описан в работе [10], там же приведены алгоритмы построения четырех разновидностей сжатых планов:

- раннего и позднего сжатых планов при раннем завершении проекта;

- раннего и позднего сжатых планов при позднем завершении проекта.

Используя в блоках 6–9 метод нахождения сжатого плана для ОСМ и пропуская полученные планы через блок 11, получаем вероятностные p -квантильные оценки сжатых планов.

4.3. Вычисление резервов, коэффициентов напряженности работ, p -квантильных критических, резервных и промежуточных зон

Резервам времени для работы (i, j) здесь соответствуют их p -квантильные аналоги, вычисляемые по формулам:

$$R_p^n(i, j) = W_p(T_j^n) - W_p(T_i^n) - W_p(\psi_{ij}) \quad \text{для полного резерва,} \quad (23)$$

$$R_p^c(i, j) = W_p(T_j^p) - W_p(T_i^p) - W_p(\psi_{ij}) \quad \text{для свободного резерва.} \quad (24)$$

p -квантильные коэффициенты напряженности работ вычисляются по формуле:

$$W_p(k_n(i, j)) = 1 - R_p^n(i, j) / (W_p(T_n^0) - W_p(T_{кр}(i, j))), \quad (25)$$

где $W_p(T_n^0)$ — p -квантильная оценка критического времени выполнения проекта, $W_p(T_{кр}(i, j))$ — p -квантильная оценка продолжительности совпадающего с критическим путем отрезка максимального пути, содержащего работу (i, j) .

$0 \leq W_p(k_n(i, j)) \leq 1$, причем, чем ближе $W_p(k_n(i, j))$ к 1, тем относительно меньше резерва для работы (i, j) , следовательно, выше риск ее невыполнения в заданные сроки.

Затем определяются p -квантильные критическая, резервная и промежуточная зоны [14]:

- p -квантильная *критическая зона* содержит работы с $W_p\{K_{ij}^n\} > p_1$, где значение p_1 близко к 1 ($p_1 \approx 0,8 \div 0,9$);

- p -квантильная *зона резервов* объединяет работы со значениями $W_p\{K_{ij}^n\} < p_2$, где p_2 близко к 0 ($p_2 \approx 0,2$);

- p -квантильная *промежуточная зона* включает работы с $p_2 \leq W_p\{K_{ij}^n\} \leq p_1$.

5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦАСМ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТАМИ

5.1. Минимизация времени выполнения проекта при ограничениях на ресурсы

Сложный проект представляется циклической альтернативной моделью $G(\Omega, A)$, которая описывается системой неравенств (1)–(2), где временные ограничения и продолжительности дуг являются в общем случае случайными величинами. Работы выполняются без перерывов с постоянной скоростью (если w — объем работы, то $\Delta w/\Delta t = \text{const}$). Пусть r^k_{ij} — интенсивность потребления k -ого ненакапливаемого ресурса на работе (i, j) , $w^k_{ij} = \sum_{(i,j) \in \varepsilon^k} r^k_{ij} W_p(\psi_{ij})$ — потребность в k -ом ненакапливаемом ресурсе на работе (i, j) . $k \in K$. Обозначим как ε^k множество работ, потребляющих ресурс k , а ε^k_t — множество работ, потребляющих ресурс k в момент времени t ($\varepsilon^k = \cup_{\forall t} \varepsilon^k_t$), тогда общая потребность на всю программу в k -ом ресурсе равна $V^k = \sum_{(i,j) \in \varepsilon^k} w^k_{ij}$. Пусть наличие ресурсов в каждый момент времени задано функцией $A^k(t)$.

Обозначая потребность в ресурсе k в момент времени t как $F^k(t) = \sum_{(i,j) \in \varepsilon^k_t} r^k_{ij}$, получаем математическую постановку задачи оптимального распределения ненакапливаемых ресурсов в следующем виде.

Найти такие сроки начала и окончания работ (i, j) $T_i^* \in [W_p(T_i^p), W_p(T_i^n)]$ и $T_j^* \in [W_p(T_j^p), W_p(T_j^n)]$, чтобы:

$$T_j^* - T_i^* \geq W_p(\psi_{ij}) \text{ для всех дуг } (i, j); \quad (26)$$

$$A^k(t) \geq F^k(t) \text{ для всех } t \text{ и } k; \quad (27)$$

$$T_n^* \rightarrow \min. \quad (28)$$

Ограничение (26) отображает требование соблюдения технологической последовательности работ.

Соотношение (27) учитывает ограниченность ресурсов, т.е. в каждый момент времени

потребность в ресурсе не должна превышать его наличия.

T_n^* — срок наступления завершающего события.

Аналогичная постановка задачи для накапливаемых ресурсов $\gamma \in \Gamma$ отличается от предыдущей только ограничением (27), которое принимает вид:

$$\sum_{t=1}^{\tau} A^{\gamma}(t) \geq \sum_{t=1}^{\tau} F^{\gamma}(t) \text{ для всех } \tau \text{ и } \gamma, \quad (29)$$

т. е. суммарная потребность в накапливаемом ресурсе γ от начала планового периода к любому моменту τ не должна превышать суммарного объема поставок этого же вида ресурса за соответствующий период.

Для решения сформулированной задачи предлагается модифицированный алгоритм «Калибровка», отличия которого от описанного в работах [5, 7] заключаются в следующем:

- вместо детерминированных временных параметров (ранние и поздние сроки совершения событий, продолжительности работ и длины дуг) используются их p -квантильные аналоги $W_p(T_i^n)$, $W_p(T_i^p)$, $W_p(\psi_{ij})$, вычисляемые методом имитационного моделирования, описанным выше;

- понятие «обязательных» и «необязательных» работ фронта Φ_t пересекается в теоретико-множественном смысле с понятиями p -квантильных критической, промежуточной и резервной зон, т.е. на обслуживание ставятся прежде всего «обязательные» работы, входящие в p -квантильную критическую зону, затем «обязательные» работы, входящие в p -квантильную промежуточную зону, и «обязательные» работы, входящие в p -квантильную резервную зону. «Необязательные» работы фронта Φ_t рассматриваются также в соответствии с очередью, установленной по убыванию p -квантильных коэффициентов напряженности $W_p(k_n(i, j))$;

- для пучка работ, выходящих из альтернативных вершин, вычисляется r^k_i — средняя интенсивность потребления k -ого ненакапливаемого ресурса на пучке работ: $r^k_i = \sum_{\forall j > i} r^k_{ij} p_{ij}$. Также для пучка работ вычисляется средний

коэффициент напряженности. Далее для включения в план рассматривается работа, выходящая из альтернативной вершины i с вычисленными средними характеристиками. Если эта работа ставится на обслуживание, то $T_i^* = t$;

■ в результате работы алгоритма получаем план $T_p = \{T_i^*\}$ с заданным уровнем достоверности p . Увеличивая количество «розыгрышей» N , повышаем надежность всех p -квантильных оценок и, следовательно, надежность получаемых вариантов плана.

5.2. Минимизация показателя качества потребления ресурсов при заданном времени выполнения проекта

Оптимальное распределение ресурсов при заданном времени («сглаживание») является задачей, в некотором смысле обратной к рассмотренной в разделе 5.1. В качестве критерия оптимальности примем меру неравномерности потребления ресурсов. Если T — заданное время выполнения программы, то $R_{cp}^k = V^k/T$ — среднее потребное количество ресурса k в единицу времени. В качестве меры неравномерности потребления ресурса k могут быть выбраны различные функции, например:

$$\phi_1^k = \sum_{\forall t} |F^k(t) - R_{cp}^k|, \quad (30)$$

$$\phi_2^k = \sum_{\forall t} (F^k(t) - R_{cp}^k)^2, \quad (31)$$

$$\phi_3^k = \max_t |F^k(t) - R_{cp}^k|, \quad (32)$$

$$\phi_4^k = \max_t F^k(t), \quad (33)$$

$$\phi_5^k = \sum_{\forall t} (F^k(t) - A^k(t))^2, \quad (34)$$

$$\phi_6^k = \sum_{\forall t} (F^k(t) - A^k(t))\xi_1^k, \quad (35)$$

$$\text{где } \xi_1^k = \begin{cases} \xi_1^k & \text{— если } (F^k(t) - A^k(t)) > 0, \\ \xi_2^k & \text{— если } (F^k(t) - A^k(t)) < 0. \end{cases}$$

ξ_1^k — удельные затраты, связанные с превышением потребности в ресурсе k над его

наличием (для ресурсов типа «мощности» — стоимость сверхурочного времени), ξ_2^k — удельные затраты, связанные с избыточным наличием ресурса k (для ресурсов типа «мощности» — стоимость простаивающих исполнителей или оборудования).

Выбор критерия связан со спецификой конкретной системы управления проектом, например, выбирая ϕ_1^k , мы предполагаем «равнозначность» как положительных, так и отрицательных отклонений потребности в ресурсе k от его средней потребности, а также эквивалентность двух отклонений по одной единице ресурса одному отклонению по двум единицам. Критерий ϕ_2^k применим в случае, когда такие отклонения не эквивалентны (затраты, связанные с отклонением средней потребности в ресурсе k от его потребности в каждый момент времени, пропорциональны квадрату отклонения), Критерий ϕ_3^k подобен ϕ_2^k , только отклонения вычисляются не от средней потребности в ресурсе k , а от его наличия. Критерий ϕ_4^k целесобразен при различной оценке превышений (положительных или отрицательных). Критерий ϕ_5^k (наибольшее ежедневное потребление ресурса k) часто используется при управлении изолированным проектом, в частности при составлении проекта организации строительства отдельного объекта или комплекса работ.

План выполнения работ проекта, оптимально использующий некоторый ресурс k , может быть весьма далек от оптимального по использованию другого ресурса. В связи с этим будем рассматривать целевые функции в виде $F_i = \sum_k \lambda^k \phi_i^k$, где λ^k — весовой коэффициент, характеризующий важность k -ого вида ресурса. $k \in K \cup \Gamma$.

Таким образом, математическая модель задачи «сглаживания» имеет следующий вид.

Найти такие сроки начала и окончания работ (i, j) $T_i^* \in [W_p(T_p), W_p(T_i^n)]$ и $T_j^* \in [W_p(T_p), W_p(T_j^n)]$, чтобы:

$$T_j^* - T_i^* \geq W_p(\psi_{ij}) \quad \text{для всех дуг } (i, j); \quad (36)$$

$$T_n^* \leq T; \quad (37)$$

$$F_i \rightarrow \min. \quad (38)$$

Для решения сформулированной задачи предлагается модифицированный алгоритм «Сглаживание», отличия которого от описанного в работах [5, 7] заключаются в следующем:

- вместо детерминированных временных параметров (ранние и поздние сроки совершения событий, продолжительности работ и длины дуг) используются их p -квантильные аналоги $W_p(T_j^p)$, $W_p(T^p)$, $W_p(\psi_{ij})$, вычисляемые методом имитационного моделирования;

- для пересчета плана ранних (или поздних) сроков применяется модифицированный алгоритм «Маятник», описанный в разделе 4;

- по желанию пользователя выбирается один из вариантов целевой функции F_i ; $i = 1, 2, \dots, 6$. Оптимальные планы, полученные по разным критериям, служат основанием для принятия эффективного решения менеджером проекта;

- работы, попавшие в «пиковые» моменты времени t (где функционал F_i принимает максимальное значение), упорядочиваются по убыванию p -квантильных коэффициентов напряженности $W_p(k_{ij}(i, j))$;

- выдвигаются из очереди работы в пределах p -квантильных оценок их резервов, вычисленных по формулам (23)–(24);

- для пучка работ, выходящих из альтернативных вершин, вычисляется r^k_i — средняя интенсивность потребления k -ого ненакапливаемого ресурса на пучке работе: $r^k_i = \sum_{\forall j>i} r^k_{ij} p_{ij}$. Также для пучка работ вычисляется средний коэффициент напряженности. Далее для включения в план рассматривается работа, выходящая из альтернативной вершины i с вычисленными средними характеристиками. Если эта работа ставится на обслуживание, то $T_i^* = t$;

- в результате работы алгоритма получаем план $T_p = \{T_i^*\}$ с заданным уровнем достоверности p . Увеличивая количество «розыгрышей» N , повышаем надежность всех p -квантильных оценок и, следовательно, надежность получаемых вариантов плана.

5.3. Алгоритм распределения ограниченных ресурсов на ЦАСМ с переменными интенсивностями работ

Выше задачи распределения ограниченных ресурсов на ЦАСМ рассматривались для постоянной интенсивности выполнения работ. В этом случае количество ресурсов, потребляемое на каждой работе ЦАСМ, являлось заранее заданным и постоянным. Ниже предположим переменную интенсивность выполнения работы или ее части, а следовательно, возможность изменения количества назначаемых на нее ресурсов.

Поскольку при описании проекта с помощью ЦАСМ использовались обобщенные связи, позволяющие выделять в качестве событий не только начала и окончания, но и промежуточные состояния работ, то данная постановка позволяет реализовать две дополнительные возможности:

- выбор интенсивности выполнения всей работы ЦАСМ в заданных пределах;

- изменение интенсивности выполнения отдельных частей работы.

Математическая модель задачи распределения ограниченных ресурсов на ЦАСМ с переменными интенсивностями работ имеет следующий вид.

Найти такие сроки начала и окончания работ (i, j) $T_i^* \in [W_p(T^p), W_p(T_i^p)]$ и $T_j^* \in [W_p(T^p), W_p(T_j^p)]$, чтобы:

$$T_j^* - T_i^* \geq W_p(\psi_{ij}) \text{ для всех дуг } (i, j); \quad (39)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq T_j^* - T_i^* \leq t_{ij}^{\max} \text{ для всех работ или частей работ } (i, j); \quad (40)$$

$$A^k(t) \geq F^k(t) \text{ для всех } t \text{ и } k; \quad (41)$$

$$\sum_{t=1}^t A^\gamma(t) \geq \sum_{t=1}^t F^\gamma(t) \text{ для всех } t \text{ и } \gamma; \quad (42)$$

$$F = \sum_{\forall (i,j)} \{T_j^* - T_i^* - t_{ij}^{\min}\} \rightarrow \min. \quad (43)$$

Соотношение (39) задает взаимосвязи между всеми событиями сети, включая дуги-связи, дуги-работы и абсолютные временные ограничения.

Соотношение (40) обеспечивает нахождение переменной продолжительности работы или ее частей в соответствующих границах, определяемых по формуле:

$$t_{ij}^{\min(\max)} = W_{ij}^k / r_{ij}^{\max(\min)},$$

где r_{ij}^{\min} и r_{ij}^{\max} — соответственно минимальная и максимальная интенсивности потребления k -ого ненакапливаемого ведущего ресурса на работе (i, j) , W_{ij}^k — трудоемкость выполнения работы (i, j) по ведущему ресурсу k . В качестве ведущего ресурса выступают только нескладируемые ресурсы (машины, станки, оборудование, исполнители и др.), выделенное количество которых определяет продолжительность работы.

Ограничение (41) учитывает ограниченность ненакапливаемых ресурсов, т. е. в каждый момент времени потребность в ресурсе k не должна превышать его наличия.

Ограничение (42) задает условие: суммарная потребность в накапливаемом ресурсе γ от начала планового периода к любому моменту t не должна превышать суммарного объема поставок этого же вида ресурса за соответствующий период.

Целевая функция (43) обеспечивает построение плана с максимально возможными интенсивностями выполнения работ.

Алгоритм решения подобной задачи для ОСМ подробно рассмотрен в работе [7]. Решение поставленной задачи для ЦАСМ обеспечивается модифицированным алгоритмом, суть изменений которого разберем поэтапно:

Этап 1. Подготовительные процедуры. Временной расчет ЦАСМ производим модифицированным алгоритмом «Маятник», контроль на непротиворечивость — в соответствии с разделом 3.

Этап 2. Формирование фронта работ. В качестве ранних сроков совершения событий, являющихся началами работ, берем их p -квантильные оценки $W_p(T_i^0)$.

Этап 3. Формирование очереди. Работы фронтов Φ_t^1 и Φ_t^2 упорядочиваются по убыванию p -квантильных коэффициентов напряженности

$W_p(k_n(i, j))$. Выдвигаются из очереди работы в пределах p -квантильных оценок их резервов, вычисленных по формулам (23)–(24). Для пучка работ, выходящих из альтернативных вершин, вычисляется r_i^k — средняя интенсивность потребления k -ого ненакапливаемого ресурса на пучке работе: $r_i^k = \sum_{v_j > i} r_{ij}^k P_{ij}$. Также для пучка работ вычисляется средний коэффициент напряженности. Далее для включения в план рассматривается работа, выходящая из альтернативной вершины i с вычисленными средними характеристиками.

Этапы 4–6. Назначение ресурсов на работы, изменение интенсивностей их выполнения, выдвигание работ из фронта. Изменения в этих этапах касаются только замены ранних и поздних сроков совершения событий и резервов работ их p -квантильными оценками.

Этап 7. Временной пересчет плана ранних сроков. Производится в соответствии с модифицированным алгоритмом «Маятник».

Этап 8. Использование дополнительных ресурсов. Изменения аналогичны этапам 4–6.

5.4. Формирование плана минимальной стоимости

Обозначим как a_{ij} минимально возможное время выполнения работы (i, j) , которому соответствуют затраты c_{ij}^a , и как b_{ij} максимально возможное время выполнения работы (i, j) , которому соответствуют затраты c_{ij}^b . Величины a_{ij} и b_{ij} определяются исходя из максимальной и минимальной величин ведущего ненакапливаемого ресурса, которые потенциально могут быть задействованы на работе (i, j) . Принимая во внимание возможные сбои в работе оборудования, колебания производительности труда исполнителей и другие непредвиденные затраты, полагаем вышеприведенные параметры случайными величинами с заданными законами распределения. Также предполагается, что ускорение работы связано с дополнительными затратами: привлечение дополнительной рабочей силы и оборудования, сверхурочные доплаты и т.п.

Имеем:

$$\begin{aligned} a_{ij} &\leq t_{ij} \leq b_{ij} \\ c_{ij}^b &\leq c_{ij} \leq c_{ij}^a; \end{aligned} \quad (44)$$

где c_{ij} — затраты, соответствующие времени выполнения t_{ij} .

Задав некоторый уровень значимости p , выполняем имитационное моделирование вышеописанных параметров в соответствие с методом, описанным в разделе 2, получая их p -квантильные оценки $W_p(a_{ij})$, $W_p(b_{ij})$, $W_p(c_{ij}^a)$, $W_p(c_{ij}^b)$. Анализ некоторых проектов ОКР, реконструкции и строительства сложных объектов показал обоснованность использования для этих параметров бета-распределения при двухоченочной методике [12].

Полагаем, что зависимость затрат от времени выполнения линейная, т. е.

$$c_{ij} = z_{ij} - y_{ij}t_{ij},$$

откуда, используя (44) для p -квантильных оценок, получаем следующее выражение для коэффициента пропорциональности

$$y_{ij}^p = (W_p(c_{ij}^a) - W_p(c_{ij}^b)) / (W_p(b_{ij}) - W_p(a_{ij})) = \Delta W_p(c) / \Delta t. \quad (45)$$

Таким образом, y_{ij}^p с вероятностью p характеризует затраты, связанные с сокращением продолжительности работы на единицу времени. Будем называть y_{ij}^p « p -ценой» сокращения работы на единицу времени.

Если на всех работах принять $t_{ij} = W_p(a_{ij})$, то будет получено наименьшее критическое время $W_p(T_{\min}^{\text{кр}})$. Этому времени соответствуют наибольшие затраты, равные $W_p(C_a) = \sum_{\forall(i,j)} W_p(c_{ij}^a)$.

Если на всех работах принять $t_{ij} = W_p(b_{ij})$, то получим сетевой график, которому соответствуют наименьшие затраты, равные $W_p(C_b) = \sum_{\forall(i,j)} W_p(c_{ij}^b)$, и наибольшее критическое время $W_p(T_{\max}^{\text{кр}})$.

При наименьшем критическом времени $W_p(T_{\min}^{\text{кр}})$ можно уменьшить затраты, если «удлинить» некритические работы за счет полного использования их p -квантильных резервов

времени. Ведь увеличение t_{ij} на единицу снижает ее стоимость на y_{ij}^p . Обозначим полученные затраты через $C_{p,d}$, тогда мы можем утверждать, что для $T^p = W_p(T_{\min}^{\text{кр}})$ минимальная стоимость равна $C_{p,d}$, и, в общем случае, для любого $T^p \in [W_p(T_{\min}^{\text{кр}}), W_p(T_{\max}^{\text{кр}})]$ получаем план с минимальными затратами $C(T^p)$. Имея график оптимальной зависимости стоимости проекта от продолжительности его выполнения, определяем, с одной стороны, минимальную стоимость проекта при любом возможном сроке его выполнения, а с другой — минимальную продолжительность выполнения проекта при заданной его стоимости. С помощью функции $C(T^p)$ можно также оценить дополнительные затраты, связанные с сокращением сроков завершения проекта.

Если затраты линейно зависят от продолжительности работ, то нахождение $C(T^p)$ сводится к решению задачи линейного программирования следующего вида.

Найти такие продолжительности работ t_{ij} , чтобы:

$$W_p(T_j) - W_p(T_i) - t_{ij} \geq 0 \quad \text{для всех работ } (i, j); \quad (46)$$

$$W_p(a_{ij}) \leq t_{ij} \leq W_p(b_{ij}), \quad (47)$$

$$W_p(T_n^0) \leq T, \quad (48)$$

$$C(T) = \sum_{\forall(i,j)} c_{ij} = \sum_{\forall(i,j)} (z_{ij} - y_{ij}t_{ij}) \rightarrow \min, \quad (49)$$

что эквивалентно

$$\sum_{\forall(i,j)} y_{ij}t_{ij} \rightarrow \max. \quad (50)$$

Для решения этой задачи предлагается использовать модификацию алгоритма Фалкерсона, основанного на использовании теоремы о минимальном разрезе и максимальном потоке [14]. Суть модификации состоит в замене параметров a_{ij} , b_{ij} , c_{ij}^a , c_{ij}^b на их p -квантильные оценки $W_p(a_{ij})$, $W_p(b_{ij})$, $W_p(c_{ij}^a)$, $W_p(c_{ij}^b)$. Далее алгоритм используется без изменений.

При определении инвестиционной политики этот модифицированный алгоритм позволяет с

заданным уровнем значимости p определять оптимальные варианты финансирования проекта в условиях риска и неопределенности.

5.5. Пример описания и временного расчета фрагмента ЦАСМ

На рис. 5 представлен пример ЦАСМ с наличием случайных параметров и альтернативных ветвлений на входе или на выходе некоторых событий и работ. В целях преемственности подходов и сохранения методологического единства методов описания и расчета сетей, за основу примера взят расширенный фрагмент сетевой модели, рассматриваемой в работе [9].

Дадим пояснения этому фрагменту.

■ a_i — работа. Левый край рисунка (работа a_1) обозначает событие начала работы, правый край — событие окончания работы;

■ [30,50,90] — детерминированный выбор длительности работы из множества 30, 50, 90. В частном случае одна цифра обозначает фиксированную длительность;

■ \wp показывает, что длительность работы есть случайная величина с указанным законом распределения (нормальное, β -распределение, равномерное и др.);

■ $\leq 28.06.08$ указывает, что событие «70% выполнения работы» должно быть завершено к 28 июня 2008 г.

Стрелка (дуга) задает связь между событиями:

■ положительное число над дугой определяет связь типа «не ранее»; например, начало работы a_{11} должно наступить не ранее пяти дней после окончания работы a_{10} ;

■ отрицательное число задает связь типа «не позднее»; например, окончание работы a_{19} должно наступить не позднее 120 дней после начала работы a_{10} .

Стрелка между работами a_{11} и a_{12} показывает, что к моменту окончания работы a_{11} должно быть выполнено не менее 60% работы a_{12} .

Пучок стрелок, связанных дугой, задает альтернативность события:

■ одной дугой показывается альтернативность типа «стохастическое исключаящее ИЛИ»; например, после окончания работы a_1 наступит начало только одной из четырех работ a_2, a_3, a_4 или a_9 на основе случайного выбора с указанными вероятностями (0,5, 0,2, 0,2, 0,1);

■ двумя дугами показывается «детерминированное исключаящее ИЛИ»; например, после окончания работы a_{10} будет начата только одна из работ a_{16} или a_{17} на основе детерминированного выбора менеджера проекта.

Исходная сеть приведена в терминах работ, перед проведением временного расчета она была преобразована в сетевую модель в терминах событий. Событиями являются начала и окончания работ, а также промежуточные состояния выполнения работ (в работах a_{10} и a_{12}).

При моделировании итераций были использованы датчики случайных чисел для нормально распределенной случайной величины с параметрами m, σ ; для β -распределенной случайной величины с параметрами a, b ; для дискретно распределенной случайной величины. Для управляемых альтернативных работ a_{16} и a_{17} по принципу неопределенности Лапласа взяты вероятности их выполнения 0,5 и 0,5.

Для уровня достоверности было принято значение $p = 0,95$.

Результаты округлялись до целых, поэтому потребовалось всего 72 итерации (при $N > 72$ округленные значения не менялись).

В таблице содержится информация о каждой работе сети и расчетные p -квантильные оценки $W_p(\psi_{ij}), W_p(T), W_p(T), R_p^n(i,j), R_p^c(i,j)$, полученные в соответствии с алгоритмами, изложенными в 4.1, 4.3.

В последней колонке приводятся математические ожидания ранних сроков начала работ, рассчитанные с использованием теории вероятности.

Например, начало работы a_{10} может наступить после завершения работы a_1 и затем после завершения работ a_2 и a_5 с вероятностью 0,35 или после завершения работ a_2 и a_6 с вероятностью 0,15, или же после завершения работ a_3 и a_7 с вероятностью 0,2, или после завершения работ a_4 и a_8 с вероятностью 0,2, или после завершения

Рис. 5. Фрагмент альтернативной стохастической сетевой модели (ЦАСМ)

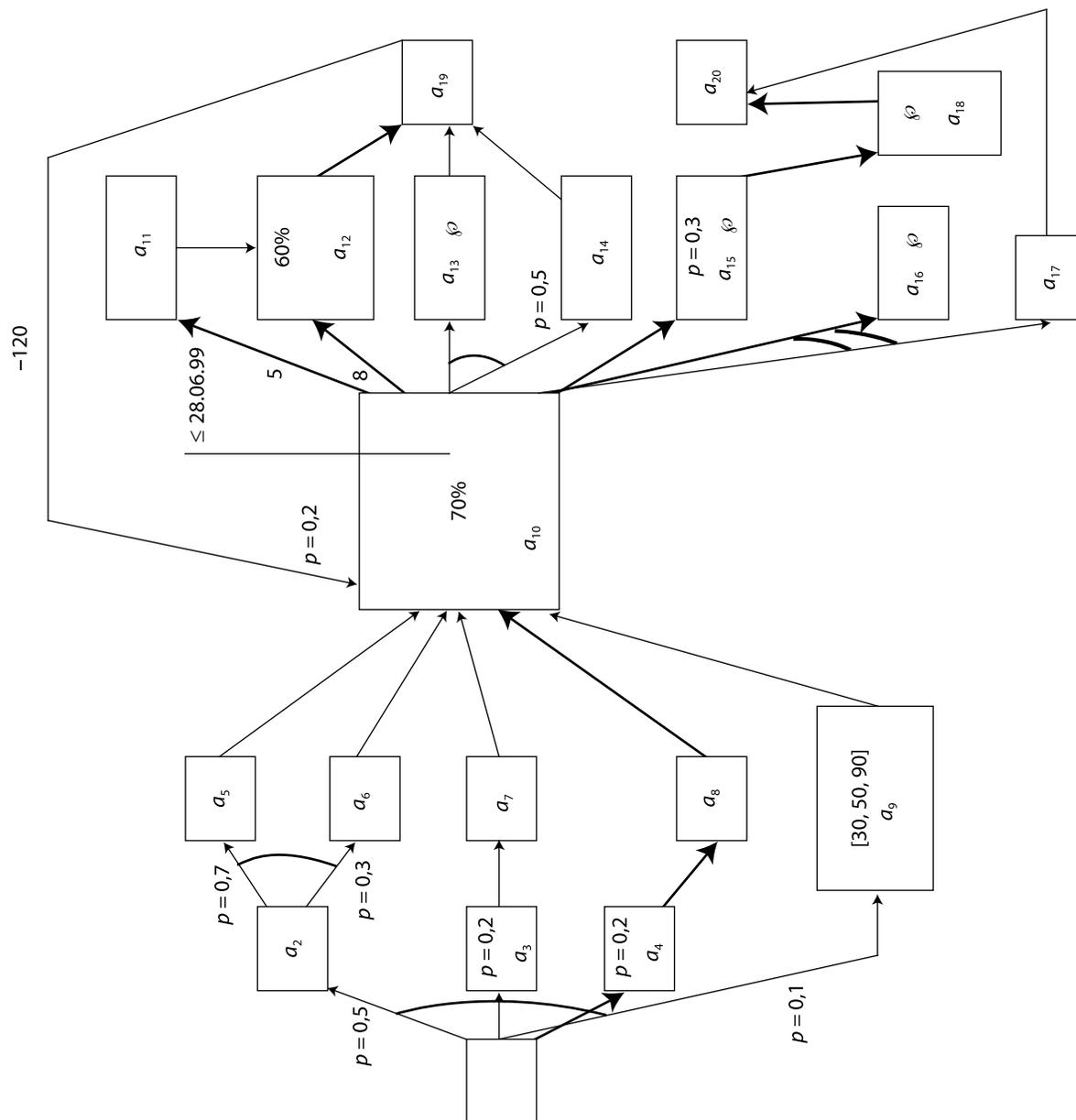


Таблица. Сведения о работе сети

Работа	P	Тип распределения	Параметры	$W_p(\Psi_{ij})$	$W_p(T_i^0)$	$W_p(T_j)$	$R_p^0(i, j)$	$R_p^1(i, j)$	$M(T_i^0)$
a_1	1	Const	$a = 10$	10	0	10	0	0	0
a_2	0,5	Нормальный	$m = 15$ $\sigma = 1,6$	15	10	37	12	0	10
a_3	0,2	Нормальный	$m = 21$ $\sigma = 2,4$	21	10	36	5	0	10
a_4	0,2	Const	$a = 25$	25	10	35	0	0	10
a_5	0,7	Нормальный	$m = 25$ $\sigma = 2,8$	25	25	66	16	16	25
a_6	0,3	Const	$a = 29$	29	25	66	12	12	25
a_7	1	Const	$a = 30$	30	31	66	5	5	31
a_8	1	Const	$a = 31$	31	35	66	0	0	35
a_9	1	Дискретный	$a = [30, 50, 90]$	50	10	66	6	6	10
a_{10}	1	Нормальный	$m = 23$ $\sigma = 4$	23	66	89	0	0	58
a_{11}	1	Нормальный	$m = 15$ $\sigma = 3,8$	15	94	139	23	8	86
a_{12}	1	Const	$a = 25$	25	97	147	25	0	89
a_{13}	0,5	β -распределение	$a = 25$ $b = 32$	28	89	147	30	5	81
a_{14}	0,2	Const	$a = 20$	20	89	147	38	13	81
a_{15}	0,3	β -распределение	$a = 37$ $b = 45$	40	89	129	0	0	81
a_{16}	0,5	β -распределение	$a = 31$ $b = 42$	35	89	129	5	5	81
a_{17}	0,5	Нормальный	$m = 25$ $\sigma = 2,2$	25	89	155	41	41	81
a_{18}	1	β -распределение	$a = 22$ $b = 32$	26	129	155	0	0	118
a_{19}	1	Const	$a = 22$	22	122	169	23	23	114
a_{20}	1	Const	$a = 14$	14	155	169	0	0	144

работы a_9 с вероятностью 0,1. Отсюда $M(T_{10}^0) = 10 + 0,35(15 + 25) + 0,15(15 + 29) + 0,2(21 + 30) + 0,2(25 + 31) + 0,1(30 + 50 + 90) / 3 = 57,7$.

Математические ожидания ранних сроков начала работ заметно меньше их p -квантильных оценок (сравните колонки 6 и 10).

Многие руководители проектов интуитивно (или осознанно) используют в своих расчетах средние оценки сроков (математические

ожидания), этим можно объяснить постоянное отклонение от них (конечно, не единственная, но одна из существенных причин — планирование более ранних сроков начала выполнения работ).

Путь, состоящий из жирных стрелок, показывает один из возможных вариантов, при котором реализация данного фрагмента ЦАСМ будет достигнута за самое длительное время — 169.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотренные нами методы ресурсно-временного анализа могут эффективно применяться при управлении сложными комплексными проектами. С помощью ЦАСМ можно учесть альтернативный характер как технологии производства работ, так и способов выделения ресурсов на работы и определить их оптимальное количество и темпы использования.

Если объектом управления является программа, портфель или комплекс проектов и если требуется каждый проект в отдельности и комплекс проектов в целом реализовать в максимально сжатые сроки, то, согласно алгоритму «Маятник», строятся сжатые планы для каждого проекта, а затем для комплекса в целом.

Предлагаемые алгоритмы с учетом степени риска (величин дисперсии сроков свершения

событий) позволяют провести анализ и построить непротиворечивые модели процесса реализации комплекса проектов, что, в свою очередь, способствует формированию оптимальных календарных планов их выполнения.

Построение оптимальных календарных планов реализации проектов, а также оптимального сводного плана для комплекса проектов позволяет определить необходимые потребности в ресурсах (в том числе финансовых), графики назначений исполнителей, использования машин и оборудования. Периодическая актуализация исходных данных дает возможность уточнять эти потребности и графики (снижать уровень неопределенности) и создает необходимые предпосылки для гармонизации технологических переделов проектов в сжатые сроки и интенсификации процедур реализации проектов в пространстве «время — ресурсы — стоимость».

ЛИТЕРАТУРА

1. Батулин В. И. Поточность в промышленном и гражданском строительстве. — М.: Стройиздат, 1948. — 286 с.
2. Будников М. С. Поточное строительство поселков. — Киев: Изд-во Академии архитектуры УССР, 1949. — 195 с.
3. Будников М. С., Рыбальский В. И. Основы поточного строительства. — Киев: Госстройиздат, 1961. — 414 с.
4. Вавилов М. В. Проектирование организации строительных работ и учет их в процессе производства // Стройиндустрия. — 1930. — №7–8. — С.16–26.
5. Воропаев В. И. Модели и методы календарного планирования в автоматизированных системах управления строительством. — М.: Стройиздат, 1975. — 232 с.
6. Воропаев В. И. Управление проектами в России. — М.: Аланс, 1995. — 225 с.
7. Воропаев В. И., Лебедь Б. Я. и др. Методические рекомендации по ресурсному анализу календарных планов на основе обобщенных сетевых моделей. — М.: ЦНИИЭУС, 1990. — 90 с.
8. Воропаев В. И., Любкин С. М., Гельруд Я. Д., Резер В. С., Голенко-Гинзбург Д. И. Принятие решений в иерархических системах управления проектами // Труды международного симпозиума «СОВНЕТ – 99»: Управление проектами: Восток–Запад — грань тысячелетий. SOVNET. — М. 1999. — Декабрь 1–4. — Т. 1. — С. 291–295.
9. Воропаев В. И., Любкин С. М., Гельруд Я. Д., Титаренко Б. П., Голенко-Гинзбург Д. И. Новые модели и методы для управления проектами. // Труды международного симпозиума «СОВНЕТ – 99»: Управление проектами: Восток–Запад — грань тысячелетий. SOVNET. — М. 1999. — Декабрь 1–4. — Т.1. — С. 295–312.
10. Воропаев В. И., Нудельман М. П., Орел Т. Я. Задачи и методы временного анализа календарных планов на обобщенных сетевых моделях // Экономико-математические методы и АСУ в строительстве. — М.: НИИЭС, 1986. — С. 82–108
11. Вутке О. А. Функционально-поточный метод в стандартном строительстве: Общая методология организации потоков. — М.–Л.: Госстройиздат, 1932. — 53 с.
12. Голенко Д. И. Статистические методы сетевого планирования и управления. — М.: Наука, 1969. — 400 с.
13. Домбкин Д. Менеджеры комплексных проектов // Управление проектами и программами. — 2007. — №3(11); 2007. — №4(12); 2008. — №1(13).
14. Зуховицкий С. И., Радчик И. А. Математические методы сетевого планирования. — М.: Наука, 1965. — 296 с.
15. Математические основы управления проектами. / Бурков В. Н., Воропаев В. И., Гельруд Я. Д., Секлетова Г. И. и др. — М.: Высшая школа, 2005. — 423 с.

16. Михеев В. Н. Живой менеджмент проектов. — М.: Эксмо, 2007. — 480 с.
17. Трич Д. Почему метод критического пути под любым другим названием не становится лучше? К созданию целостного подхода к PERT / CPM // Управление проектами и программами. — 2006. — №1(05). — С. 55–74.
18. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей. — М.: Мир. 1984.
19. Черников П. А. Графики Гантта в управлении производством: Учебник для ВУЗа. — М., 1934; М., 1937. — 240 с.
20. Adamiecki K. (1931). Harmonygraph. Przegląd Organizacji, Warsaw. (Около 1896 г. разработал теорию «Гармонизации работ», предтечу СПУ. Финальная версия опубликована в 1931 г. в Польше.)
21. Dombkins D. H. (1997). The Project Management of Complexity (Doctoral thesis).
22. Dombkins D. H. (2007). Complex project managers. Presented at the Defense Partnerships Conference, London.
23. Gantt H. Organizing for work. (1919). Harcourt, Brace & Hove, N.Y.
24. Golenko-Ginsburg D. (1988). Controlled alternative activity networks in project management, *European Journal of Operation Research*, Vol. 37, pp. 336–346.
25. Golenko-Ginsburg D. and A. Blokh, (1997). Generalized network model activity, *Journal of Operation. Research Society*, Vol. 48, pp. 148–163.
26. Kelly J. E. (1957). Computers and Operations Research in Road Building. In: Proceedings of Symposium «Operations Research, Computers and Management Decisions», Case Institute of Technology, Jan. 31 – Feb. 1, 2.
27. Kelly J. E. (1961). Critical Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis. *Operations Research*, Vol. 9(3), pp. 296–320.
28. Kelly J. E. and M. R. Walker. (1959). Critical Path Planning Scheduling. In: Proceedings of the Eastern Joint Computer Conference, pp. 160–173, Dec.1–3.
29. Kerzner H. (1992). Project Management: A System Approach to Planning, Scheduling and Controlling, 4th ed., Van Nostrand Reinhold, N.Y. 1024 p.
30. Malcomb D. G., Roseboom J. H., Clark C. E. and W. Fazar. (1959). Applications of a Technique for Research and Development Program Evaluation. *Operations Research*, Vol. 7(5), pp. 646–699.
31. Moder J. J., Philips C. R., and Devis E. W. (1983). Project management with CPM, PERT. and precedence diagramming. Van Nostrand Reinhold, N.Y.
32. Morris P. W. G. (1994). The Management of Projects. Thomas Telford Publications, London.
33. Project Management Software Survey. (1999). PMI.
34. Rathe A.W. (Ed.). (1961). Gantt on. American Management Association, N.Y. (Гантт вместе с Тейлором и Гилбрейтом заложил основы научного управления, автор графиков, впервые разработанных в 1917 г. для планирования производства арсенала Франкфорд.)
35. Turner J. R. (1992). The Handbook of Project Based Management, McGraw-Hill, Maidenhead.
36. Voropaev V. I., Gelrud Ya. D. (2003). Cyclic alternative network models for project management. In: Proceedings of the 17th World Congress on Project Management, June 4–6.
37. Voropaev V. I., Gelrud Ya. D. (2000). Cyclic stochastic alternative network models for project management. *Communications in Dependability and Quality Management*, Vol. 3(1), pp.15–29.
38. Voropajev V. I., Ljubkin S. (1997). Managing Complex Projects By Active Hierarchical systems. In: Williams T. M. (Ed.). Modelling Complex Projects, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 221–236.
39. Voropaev V. I., Ljubkin S. M., Titarenko B. P., and D. Golenko-Ginsburg (2000). Structural Classification of Network Models. *International Journal of Project Management*; Vol.18, pp. 361–368.
40. Wright S. (1925). Corn and hog correlations. US Department of Agriculture, Bulletin 1300, Government Printing Office, Washington DC. (Ввел зависимости между работами и разработал анализ путей в 1918 г., в том числе связи с вероятностными оценками. Предтеча СПУ.)