#### ТЕОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ РУКОВОДИТЕЛЯ И КОМАНДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТОМ (ЧАСТЬ 2)

В статье рассматривается комплекс взаимосвязанных математических моделей, предназначенных для управления проектной деятельностью с участием важнейшей заинтересованной стороны — руководителя и подчиненной ему команды управления проектом. Использование данных моделей направлено на повышение эффективности проектной деятельности, обеспечивает реализацию соответствующих компетенций и достижение поставленных целей при различных условиях.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: стейкхолдер, математические модели управления проектом, компетенции управления проектом

# 3.3. Отбор вариантов реализации проекта методом главных компонент

Формирование вариантов проекта связано с анализом большого количества взаимосвязанных факторов, влияющих на качество проекта, его рискованность и пр. Уменьшение их количества, выделение наиболее «влиятельных» является весьма актуальной задачей. Средством ее решения может служить метод главных компонент, который применяется для такой группировки исходных признаков, чтобы члены группы коррелировали между собой, но группа в целом была бы независима от других групп.

Суть метода заключается в следующем. Пусть состояние проекта описывается набором факторов  $X_{ki'}^0$  где i — номер фактора проекта (i = 1, 2, 3, ..., m), k — номер варианта проекта (k = 1, 2, 3, ..., N), m — количество факторов, N — количество вариантов. Значения каждого фактора для различных вариантов образуют вектор  $X_{i'}^0 = \{X_{1i'}^0, X_{2i'}^0, ..., X_{Ni}^0\}^T$ .

Пространство факторов проекта можно представить в виде матрицы исходных факторов  $X^0$ ,





Воропаев Владимир Иванович — д. т. н., основатель и почетный президент СОВНЕТ, академик РАЕН и МАИЭС, профессор кафедры управления проектами Международной академии бизнеса, первый международный асессор IPMA. Автор свыше 250 научных работ. Удостоен в 2005 г. награды IPMA «За выдающийся вклад в развитие мирового УП» (г. Москва)

Гельруд Яков Давидович — профессор кафедры предпринимательства и менеджмента Южно-Уральского государственного университета, преподаватель ряда экономических и математических дисциплин. Принимал участие в создании и внедрении более 100 автоматизированных систем управления в различных отраслях промышленности. Автор большого числа публикаций, в том числе монографии «Управление проектами в условиях риска и неопределенности» (г. Челябинск)

где каждый столбец матрицы содержит значения одного фактора для различных вариантов проекта, а каждая строка включает значения всех факторов и описывает отдельный вариант. Таким образом, множество вариантов проекта будет описываться в виде:

$$\mathbf{X}^{0} = [X_{1}^{0}, X_{2}^{0}, \dots, X_{N}^{0}]. \tag{4}$$

Среднеарифметические значения факторов используются в качестве центра распределения множества вариантов. Отцентрированное множество вариантов будем обозначать матрицей *X*, каждый элемент которой определяется как:

$$x_{ki} = x_{ki}^0 - \overline{x}_i$$
, (5) где  $\overline{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{ki}^0$ .

Главные компоненты представляют такую группировку исходных факторов, в которой члены группы (исходные факторы) связаны между собой, но группа (главная компонента) в целом независима от других групп (главных компонент).

Для расчета весовых коэффициентов главных компонент решается задача определения собственных значений матрицы:

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{v} = 0, \tag{6}$$

где **A** — ковариационная матрица;

*I* — единичная матрица;

**v** — собственный вектор уравнения (6);

 $\lambda$  — собственное значение.

Собственные векторы уравнения (6) масштабируются так, что  $v_i^T v_i = 1$ , и обладают свойством ортогональности:

$$\mathbf{V}^{\mathsf{T}}\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{\Lambda} \ \mathsf{N} \ \mathbf{V}^{\mathsf{T}}\mathbf{V} = \mathbf{I},\tag{7}$$

где **Λ** — диагональная матрица, диагональные коэффициенты которой равны собственным значениям уравнения (6).

Каждый собственный вектор имеет ту же размерность, что и вектор варианта проекта, что позволяет называть его собственным вариантом. Поскольку собственный вектор определяется

с точностью до сомножителя, компоненты собственного варианта показывают не столько величину исходных факторов, сколько их взаимосвязь друг с другом. В дальнейшем компоненты собственного варианта будем называть характеристиками собственного варианта.

Таким образом, весь проект в любой момент времени может быть описан взвешенной комбинацией собственных вариантов. При этом проект описывается не набором исходных факторов, а набором главных компонент, и каждая главная компонента уже отражает не отдельный исходный фактор, а группу исходных факторов (собственный вариант объекта).

Поскольку собственные векторы вычисляются по ковариационной матрице, собственные значения показывают изменчивость собственного варианта в проекте и численно равны дисперсии главных компонент.

Матрица собственных вариантов  $V_0$  формируется из собственных векторов уравнения (6) и позволяет сформировать новые факторы (главные компоненты) в виде комбинации исходных факто-

ров 
$$z_{ki} = \sum_{h=1}^{m} v_{hi} x_{kh}$$
, где  $z_{ki}$  — значение  $i$ -го нового фактора для  $k$ -го варианта,  $v_{hi}$  — элемент, соответствующий  $h$ -му исходному фактору при преобразовании его к  $i$ -му новому фактору. Значения  $i$ -й главной компоненты для различных вариантов проекта объединяются в вектор  $z_i$  и образуют матрицу  $z$ , которая определяется как:

$$Z = XV$$
. (8)

Анализ собственных вариантов проекта строится на проверке того, удовлетворяет ли собственный вариант требованиям управления проекта в целом. Собственные варианты, которые не удовлетворяют этим требованиям, отбрасываются, оставшиеся используются в качестве исходной информации для моделей управления других заинтересованных сторон.

Общая изменчивость проекта определяется суммой дисперсий всех исходных факторов, описывающих его поведение:



$$\sigma = \sum_{i}^{n} \sigma_{i}, \qquad (9)$$

где  $\sigma_i$  — дисперсия *i*-го фактора.

Вклад каждой главной компоненты в общую изменчивость проекта можно оценить через его дисперсию. Сумма всех собственных значений главных компонент равна сумме дисперсий исходных факторов. Однако дисперсия главных компонент может служить приближенной оценкой, т.к. существует большая разница в изменчивости исходных факторов, и исходные факторы с наибольшей изменчивостью будут доминировать в первых главных компонентах. Данный метод позволяет значительно уменьшить объем информации, формируемой при управлении предметной областью и предназначенной для передачи другим заинтересованным сторонам.

## 3.4. Математические модели и алгоритмы решения задач управления временем

Функция управления временем тесно связана с функцией управления предметной областью и включает в себя определение продолжительности, сроков начала и завершения проекта, его частей, важнейших (контрольных) событий и каждой из выполняемых работ; минимизацию (оптимизацию) временных характеристик; разумное использование резервов времени; контроль за развитием проекта по его временным характеристикам; прогнозирование сроков завершения работ, этапов и проекта в целом.

Рассмотрим математическую модель формирования вариантов реализации проекта по принципу «время — стоимость».

Пусть  $a_{ij}$  — минимально возможное время выполнения работы (i,j), которому соответствуют затраты  $c^a_{ij}$ , и  $b_{ij}$  — максимально возможное время выполнения работы (i,j), которому соответствуют затраты  $c^b_{ij}$ . Величины  $a_{ij}$  и  $b_{ij}$  определяются исходя из максимальной и минимальной величин ведущего ненакапливаемого ресурса, которые потенциально могут быть задействованы на работе (i,j). Принимая во внимание возможные сбои в работе

оборудования, колебания производительности труда исполнителей и другие непредвиденные затраты, полагаем вышеприведенные параметры случайными величинами с заданными законами распределения. Также предполагается, что ускорение работы связано с дополнительными затратами: привлечение дополнительной рабочей силы и оборудования, сверхурочные доплаты и т.п.

Задав некоторый уровень значимости p, выполняем имитационное моделирование вышеописанных параметров в соответствии с методом, описанным в работе Я.Д. Гельруда [9], получая их p-квантильные оценки  $W^p(a_{ij})$ ,  $W^p(b_{ij})$ ,  $W^p(c_{ij}^a)$ ,  $W^p(c_{ij}^b)$ . p-квантильная оценка  $W^p(x)$  какого-либо показателя x дает нам его значение, подтверждающееся на практике с вероятностью, не меньшей p.

Полагаем, что зависимость затрат от времени выполнения линейная, т.е.:

$$c_{ii} = z_{ii} - y_{ii}t_{ii},$$

откуда получаем следующее выражение для коэффициента пропорциональности:

$$y_{ij}^{\rho} = (W^{\rho}(c_{ij}^{a}) - W^{\rho}(c_{ij}^{b})) / (W^{\rho}(b_{ij}) - W^{\rho}(a_{ij})) =$$

$$= \Delta W^{\rho}(c) / \Delta t. \tag{10}$$

Таким образом,  $y_{ij}^{\rho}$  с вероятностью p характеризует затраты, связанные c сокращением продолжительности работы на единицу времени. Если на всех работах принять  $t_{ij} = W^{p}(a_{ij})$ , то будет получено наименьшее критическое время  $W^{p}(T_{\min}^{sp})$ . Этому времени соответствуют наибольшие затраты, равные  $W^{p}(C_{q}) = \sum_{\forall i,i} W^{p}(c_{ij}^{a})$ .

Если на всех работах принять  $t_{ij} = W^p(b_{ij})$ , то получим сетевой график, которому соответствуют наименьшие затраты, равные  $W^p(C_b) = \sum_{\forall (i,j)} W^p(c_{ij}^b)$ , и наибольшее критическое время  $W^p(T_{max}^{sp})$ .

При наименьшем критическом времени  $W^p(T_{\min}^{np})$  можно уменьшить затраты, если «удлинить» некритические работы за счет полного использования их p-квантильных резервов времени. Ведь увеличение  $t_{ij}$  на единицу снижает ее стоимость на  $y_{ij}^p$ . Обозначим полученные затраты через  $C_{d'}^p$  тогда можем утверждать, что для  $T^p = W^p(T_{\min}^{np})$ 



минимальная стоимость равна  $C_{d'}^p$  и в общем случае для любого  $T^p \in [W^p(T_{\min}^{kp}), W^p(T_{\max}^{kp})]$  получаем план с минимальными затратами  $C(T^p)$ . Имея график оптимальной зависимости стоимости проекта от продолжительности его выполнения, с одной стороны, определяем минимальную стоимость проекта при любом возможном сроке его выполнения, а с другой — находим минимальную продолжительность выполнения проекта при заданной его стоимости. С помощью функции  $C(T^p)$  можно также оценить дополнительные затраты, связанные с сокращением сроков завершения проекта.

Разбиваем интервал  $[W^p(T^{sp}_{\min}), W^p(T^{sp}_{\max})]$  на N частей  $T^p_1, \ldots, T^p_N$ . Предполагая, что затраты линейно зависят от продолжительности работ, формирование k-го варианта проекта сводится к решению задачи линейного программирования следующего вида.

Найти такие значения продолжительности работ  $t_{ii}$ , чтобы:

$$W^p(T_i) - W^p(T_i) - t_{ii} \ge 0$$
 для всех работ  $(i, j)$ , (11)

$$W^{p}(a_{ii}) \le t_{ii} \le W^{p}(b_{ii}),$$
 (12)

$$W^p(T_n^0) \le T_{\nu}^p, \tag{13}$$

$$C(T_k^p) = \sum_{\forall (i,j)} c_{ij} = \sum_{\forall (i,j)} (z_{ij} - y_{ij}t_{ij}) \rightarrow \min,$$
 (14)

что эквивалентно:

$$\sum_{\forall (i,j)} y_{ii} t_{ii} \rightarrow \max. \tag{15}$$

Таким образом, получаем k-й вариант плана минимальной стоимости, соответствующий времени выполнения проекта  $T_k^p(k=1,...,N)$  и суммарным объемам финансирования  $C(T_k^p)$ . При определении инвестиционной политики этот алгоритм позволяет с заданным уровнем значимости p определять оптимальные варианты финансирования проекта в условиях риска и неопределенности.

При этом мы получаем все интересующие нас для дальнейших расчетов временные параметры проекта: p-квантильные оценки ранних и поздних сроков начала и окончания работ  $(W_k^p(T_i^{pah}), W_k^p(T_i^{nos}))$  и пр.

### 3.5. Математическая модель управления стоимостью и финансами проекта

Функция управления стоимостью включает в себя предварительную оценку расходов, связанных с проектом, определение сметы расходов, источников финансирования и бюджета проекта, планирование денежных потоков, прогнозирование доходов и прибылей. Главной задачей управления стоимостью является соблюдение бюджетных рамок проекта и получение предусмотренной прибыли от его осуществления.

Исходной информацией для задач управления стоимостью и финансами проекта являются варианты планов минимальной стоимости, формируемые в разделе 3.4.

При этом используется стохастическая и альтернативная природа сетевой модели проекта, описанная в разделе 3.2 в первой части статьи. Рассмотрим два случая использования стохастической и альтернативной природы сетевой модели проекта.

1. В каждом варианте проекта со сроком его выполнения  $T_k^p$ и стоимостью  $C(T_k^p)$  рассчитываем требуемый объем инвестиций  $I_k^t$  в k-й вариант проекта в период t, используя математические ожидания сроков начала всех работ. В зависимости от масштаба проекта периодом может быть месяц, квартал, год. Таким образом, будет получено:  $I_k^t = \sum_{\forall (i,j) \in t} c_{ij}$  — требуемый объем инвестиций в k-й вариант проекта в период t (суммирование ведется по всем работам, выполняемым в период t).

В результате получаем множество альтернативных вариантов выполнения проекта P(K, T), где формируются вектор K (объемы финансирования проекта и отдельных его этапов) и вектор T (сроки реализации проекта и его отдельных пусковых комплексов).

Рассчитав математические ожидания сроков окончания всех работ, включая пусковые комплексы, формируем  $V_k^{\rm t}$  — прогноз прибыли от реализации k-го варианта проекта в период t. При этом суммируется вся прибыль от введенных



в действие пусковых комплексов и приносящих прибыль в период t.

2. Проведем расчеты сетевой модели проекта, задав ранние и поздние сроки начала всех работ в пределах от  $(W_{\iota}^{p}(T_{\iota}^{paH}))$  до  $W_{\iota}^{p}(T_{\iota}^{no3})$ , тогда объемы инвестиций в проекты k (k = 1, ..., N) в период t будут варьироваться в пределах от  $I_{k\min}^t$  до  $I_{k\max}^t$ . При этом чистый дисконтированный доход варианта проекта k на начало периода t при минимальном и максимальном объеме инвестиций будет составлять соответственно  $\mathit{NPV}^t_\mathit{kmin}$  и  $\mathit{NPV}^t_\mathit{kmax'}$  а прогнозируемые оценки риска составят  $r_{k\min}^t$  и  $r_{k\max}^t$ 

Получаем вариабельное (нечеткое) множество альтернатив P(K, T), используя при этом стохастическую и альтернативную природу сетевой модели проекта. Это множество альтернатив отличается от предыдущего (см. случай 1) заданием диапазонов значений формируемых показателей (объемы инвестиций, чистый дисконтированный доход, прогнозируемые оценки риска).

Затем формируем F(K, T) — функцию зависимости степени ликвидности проекта от объемов финансирования проекта и сроков его реализации. Эта функция, определяемая экспертно на дискретном наборе значений определяющих ее факторов P(K, T), вместе с набором вариантов реализации проекта являются исходной информацией для математических моделей управления инвестора (см. одну из предыдущих работ авторов [6]).

## 3.6. Математическая модель управления качеством в проекте

Управление качеством реализуется через установление требований и стандартов к качеству результатов проекта, обеспечение выполнения этих требований в процессе реализации проекта через систему контроля и поддержки. Причем требования к проекту могут быть многоаспектными и зачастую противоречивыми. Например, обеспечение экологических требований может вести к увеличению затрат, что противоречит требованиям инвестора. В данной работе

мы рассмотрим модель управления качеством проекта, основанную на назначении исполнителей.

Качество проекта в целом зависит от многих факторов, основными из которых являются:

- качество работы исполнителей;
- затраты исполнителей:
- сроки выполнения работ.

Причем основополагающим фактором являются затраты, а сроки выполнения работ и качество работы исполнителей зависят от произведенных затрат. Конечно, большое влияние на качество проекта оказывают и другие факторы (качество строительных материалов, оборудования и пр.), но мы в данном пункте рассматриваем факторы, которыми может управлять руководитель проекта и его команда.

Пусть нам известны характеристики (статистические или иные) выбранных факторов, тогда мы можем сформулировать двухэтапную задачу управления качеством. На первом этапе отбираем исполнителей, которые обеспечат максимальное качество. Эта задача решается на стадии формирования состава исполнителей. Затем решаем задачу обеспечения максимального качества проекта при фиксированном составе исполнителей. Анализ показывает, что при фиксированном составе исполнителей увеличение финансирования приводит к повышению качества. Понятно, что возможности такого управления ограничены, т.к., как правило, ограничено финансирование.

Система контроля и поддержки относится к оперативному управлению качеством проекта и в данной статье не рассматривается.

Дано:  $t_{n}^{s}(c_{n})$  — продолжительность работы (*i*, *j*) при выполнении ее исполнителем s с затрата-МИ С∷;

 $q_{ii}^{s}(c_{ii})$  — качество работы (*i, j*) при выполнении ее исполнителем s с затратами  $c_{ij}$ ;

p-квантильные оценки  $W^{p}(a_{ij})$ ,  $W^{p}(b_{ij})$ ,  $W^{p}(c_{ij}^{a})$ ,  $W^{p}(c^{b})$ , сформированные в разделе 3.4.

Математическая модель отбора исполнителей. обеспечивающих максимальное качество проекта, выглядит следующим образом.



Найти:

$$x_{i,j}^{s} = \begin{cases} 1, если \ paбomy (i, j) \ выполняет \\ ucnoлнитель \ s, \\ 0 \ в \ npomuвном \ cлучае. \end{cases}$$
 (16)

При ограничениях:

$$W^p(T_i) - W^p(T_i) - t_{ii}^s(c_{ii}) \ge 0$$
 для всех работ  $(i, j)$ , (17)

$$W^{p}(a_{ii}) \le t_{ii}^{s}(c_{ii}) \le W^{p}(b_{ii}),$$
 (18)

$$W^{p}(c_{ii}^{b}) \le c_{ii} \le W^{p}(c_{ii}^{a}).$$
 (19)

Целевая функция:

$$\sum_{\forall s(i,i)} X_{ii}^s q_{ii}^s (c_{ii}) \to \text{max}.$$
 (20)

Данная модель представляет собой модифицированную задачу назначений и может быть реализована стандартным симплекс-методом.

На втором этапе к информации об уже отобранных исполнителях добавляем ограничения по возможным объемам финансирования  $\tilde{Q}_t$  во временные периоды t, размерность которых (месяц, квартал, год) зависит от масштаба проекта. Величина  $\tilde{Q}_t$  определяется возможностями заказчика и инвестора.

Модель выглядит следующим образом.

Найти  $c_{ij}^t$  и соответствующие  $t_{ij}^s(c_{ij})$  для всех работ проекта и отобранных исполнителей при ограничениях:

$$\sum_{\forall (i,i) \in t} c_{i,j}^t \le \tilde{Q}_t, \tag{21}$$

$$c_{i,j} = \sum_{\forall t} c_{i,j}^t, \tag{22}$$

$$W^{p}(T_{i}) - W^{p}(T_{i}) - t_{i}^{s}(c_{i}) \ge 0$$
 для всех работ  $(i, j)$ , (23)

$$W^{p}(a_{ii}) \le t^{s}_{ii}(c_{ii}) \le W^{p}(b_{ii}),$$
 (24)

$$W^{p}(c_{ii}^{b}) \le c_{ii} \le W^{p}(c_{ii}^{a}).$$
 (25)

Целевая функция:

$$\sum_{\forall s(i,i)} x_{ii}^s q_{ii}^s (c_{ii}) \to \text{max.}$$
 (26)

Решая задачи в соответствии с моделями, представленными в данном разделе, для каждого

варианта проекта, сформированного в разделе 3.4, мы формируем F(K,T) — функцию зависимости качества проекта от вектора K (объемы финансирования проекта и отдельных его этапов) и вектора T (сроки реализации проекта и его отдельных пусковых комплексов). Эта функция вместе с набором вариантов реализации проекта являются исходной информацией для математических моделей управления заказчика [5].

# 3.7. Математическая модель управления рисками в проекте

Проблема управления рисками включает две стороны: количественную оценку рисков и разработку мер по снижению негативных рисков. Риски могут быть как внутренними, так и внешними по отношению к организации, в которой работает руководитель проекта. Внутренние риски возникают из-за используемой технологии работ или принимаемых проектных решений в связи со строительством или эксплуатацией объекта. Также они возникают в связи с неудачами в организации проекта или с неспособностью ресурсов обеспечить ожидаемую результативность.

Внешние риски: деятельность представителей рынков сырья, комплектующих, оборудования; финансовая политика государства; социальные воздействия; изменения окружающей среды; форс-мажорные обстоятельства.

Количественная оценка рисков позволяет определять:

- вероятность достижения конечной цели проекта;
- степень воздействия риска на проект и объемы непредвиденных затрат и материалов, которые могут понадобиться;
- риски, требующие скорейшего реагирования и большего внимания, а также влияние их на проект;
- фактические затраты, предполагаемые сроки окончания проекта и его основных этапов.

Процесс идентификации рисков и определения их количественных оценок — процедура



весьма сложная и трудоемкая, методы формирования оценок разнообразны и широко представлены в литературе [1–4, 9–11]. Мы предлагаем производить оценку рисков на основе статистических результатов имитационного моделирования. Для практического осуществления имитационного моделирования можно рекомендовать пакет RiskMaster, разработанный в Гарвардском университете. Генерирование случайных чисел этот пакет осуществляет на основе использования датчика псевдослучайных чисел, которые рассчитываются по определенному алгоритму. Особенностью пакета является то, что он умеет генерировать коррелированные случайные числа.

Очень важным моментом при использовании данного метода является определение корреляции в системе случайных переменных, включенных в модель. Если корреляция переменных не учитывается, это может привести к серьезным искажениям результатов анализа риска. Фактически наличие корреляции ограничивает случайный выбор отдельных значений для коррелированных переменных. Две коррелированные переменные моделируются так, что при случайном выборе одной из них другая выбирается не свободно, а в диапазоне значений, который управляется смоделированным значением первой переменной. Для установления направления таких связей и предполагаемой силы корреляции необходимо применить методы регрессионного анализа.

Итак, результатом имитационного моделирования будут являться предполагаемые сроки окончания проекта и его основных этапов ( $M(T_i)$  — математическое ожидание и  $\sigma(T_i)$  — среднеквадратическое отклонение), ожидаемая продолжительность работ ( $M(t_{ij})$  и  $\sigma(t_{ij})$ ) и прогнозируемые затраты ( $M(c_{ij})$  и  $\sigma(c_{ij})$ ).

В связи с возможными изменениями сроков окончания отдельных пусковых комплексов и всего проекта, а также изменениями прогнозируемых затрат производим пересчет  $V_k^t$  — прогноз прибыли от реализации k-го варианта проекта в период t. В результате получаем прогнозируемую

оценку риска недополучения прибыли  $r_k^t$  по варианту проекта k в период t.

На основе полученных данных решаем многокритериальную задачу расчета временных и стоимостных показателей проекта с минимизацией отклонений срока выполнения проекта и общих затрат на него от директивно заданных ( $T_{\alpha}$  и C).

Найти такие значения продолжительности работ  $t_{ij}$  и их стоимости  $c_{ij}$  чтобы:

$$M(T_{j}) + \sigma(T_{j}) - M(T_{j}) - \sigma(T_{j}) - t_{ij} \ge 0$$
  
для всех работ  $(i, j)$ , (27)

$$M(t_{ii}) - \sigma(t_{ii}) \le t_{ii} \le M(t_{ii}) + \sigma(t_{ii}),$$
 (28)

$$M(c_{ij}) - \sigma(c_{ij}) \le c_{ij} \le M(c_{ij}) + \sigma(c_{ij}),$$
 (29)

$$\sum_{\forall (i,j)} c_{ij} - C \rightarrow \min, \tag{30}$$

$$M(T_n) - T_n \rightarrow \min.$$
 (31)

Целевые функции (30) и (31) взаимно противоречивы, поэтому в зависимости от специфики проекта следует выбирать одну из них, переводя другую в ограничение (например, минимизировать отклонение по стоимости при задании допустимого ограничения на отклонение от директивного срока выполнения проекта). Таким образом, представленная модель предназначена для снижения негативных рисков в части отклонения от сроков реализации проекта и затрат на его выполнение.

## 3.8. Математическая модель управления ресурсами

Задачи распределения ограниченных ресурсов на сетевой модели можно рассматривать для работ с постоянной или переменной интенсивностью выполнения.

Исходной информацией является детализированный сетевой график производства работ. Поскольку при описании проекта с помощью ЦАСМ (п. 3.2 в первой части статьи) использовались обобщенные связи, позволяющие выделять в качестве событий не только начало и окончание, но и промежуточные состояния работ, то



данная постановка позволяет реализовать две дополнительные возможности:

- выбор интенсивности выполнения всей работы ЦАСМ в заданных пределах;
- изменение интенсивности выполнения отдельных частей работы.

Обозначим через  $\varepsilon^k$  множество работ, потребляющих ресурс k, а через  $\varepsilon^k_i$  множество работ, потребляющих ресурс k в момент времени t ( $\varepsilon^k = \bigcup_{\forall i} \varepsilon^k_i$ ). Пусть  $r^k_{ij}$  — интенсивность потребления k-го ненакапливаемого ресурса на работе (i,j),  $w^k_{ij} = \sum_{(i,j) \in \varepsilon^k} r^k_{ij} W_p(\Psi_{ij})$  — потребность в k-м ненакапливаемом ресурсе на работе (i,j),  $k \in K$ . Тогда общая потребность на всю программу в k-м ресурсе равна  $V^k = \sum_{(i,j) \in \varepsilon^k} w^k_{ij}$ . Пусть наличие ресурсов в каждый момент времени задано функцией  $A^k(t)$ .

Обозначая потребность в ресурсе k в момент времени t как  $F^k(t) = \sum_{(i,j) \in \epsilon^k} r_{ij}^k$ , получим следующую математическую модель задачи распределения ограниченных ресурсов на ЦАСМ с переменными интенсивностями.

Найти такие сроки начала и окончания работ (i,j)  $T_i^* \in [W_p(T_i^p), W_p(T_i^n)]$  и  $T_j^* \in [W_p(T_j^p), W_p(T_j^n)]$ , чтобы:

$$T_i^* - T_i^* \ge W_p(\psi_{ij})$$
 для всех дуг  $(i, j)$ , (32)

$$t_{ij}^{\; \min} \leq T_{j}^{\;*} - T_{i}^{\;*} \leq t_{ij}^{\; \max}$$
 для всех работ или частей работ  $(i,j)$ , (33)

$$A^k(t) \ge F^k(t)$$
 для всех  $t$  и  $k$ , (34)

$$\sum_{t=1}^{\tau} A^{\gamma}(t) \ge \sum_{t=1}^{\tau} F^{\gamma}(t)$$
 для всех  $\tau$  и  $\gamma$ , (35)

$$F = \sum_{\forall (i,j)} \{ T_i^* - T_i^* - t_{ij}^{\min} \} \rightarrow \min.$$
 (36)

Соотношение (33) обеспечивает нахождение переменной продолжительности работы или ее частей в соответствующих границах, определяемых по формуле:

$$t_{ij}^{\text{min(max)}} = w_{ij}^k / r_{ij}^{k\text{max(min)}},$$

где  $r_{ij}^{k\min}$  и  $r_{ij}^{k\max}$  — соответственно минимальная и максимальная интенсивность потребления k-го ненакапливаемого ведущего ресурса на работе (i,j);

 $w_{ij}^{k}$  — трудоемкость выполнения работы (i,j) по ведущему ресурсу k.

В качестве ведущего ресурса выступают только нескладируемые ресурсы (машины, станки, оборудование, исполнители и др.), выделенное количество которых определяет продолжительность работы.

Ограничение (34) учитывает ограниченность ненакапливаемых ресурсов, т.е. в каждый момент времени потребность в ресурсе k не должна превышать его наличия.

Ограничение (35) задает условие: суммарная потребность в накапливаемом ресурсе  $\gamma$  от начала планового периода к любому моменту  $\tau$  не должна превышать суммарного объема поставок этого же вида ресурса за соответствующий период.

Целевая функция (36) обеспечивает построение плана с максимально возможной интенсивностью выполнения работ.

Алгоритм решения поставленной задачи достаточно подробно рассмотрен в одной из предыдущих работ авторов [8].

В результате получаем детализированный сетевой график выполнения проекта, сбалансированный по ресурсам типа мощности, после чего производим расчеты потребностей всех остальных ресурсов, что является исходной информацией для поставщика [7].

#### выводы

Предложенные модели реализуют задачи математического программирования с линейными и нелинейными ограничениями и целевыми функциями. В настоящее время существует широкий спектр программных средств для решения подобных задач, достаточно указать входящий в Excel пакет Solver.

В статье были рассмотрены новые научнопрактические направления в организационном управлении вообще и в проектном управлении в частности. Проанализированы цели и задачи



руководителя проекта и его команды как участника проекта: каковы их интересы, место, роль и ответственность в проектной деятельности.

Предложенные примеры постановки задач для руководителя и команды управления проектом могут служить основой для разработки объективно многовариантной системы УП. При этом приведенные выше математические модели позволяют реализовать многие компетенции руководителя проекта и его команды в процессе выполнения проекта. Они могут уже сейчас служить методологической основой разработки

прикладных пакетов программного обеспечения (автоматизированной системы) для управления проектом на всех стадиях его осуществления.

В статье представлены только основные модели управления со стороны руководителя и команды управления проектом, при этом охвачены не все функциональные подсистемы. Дальнейшее продвижение проектного управления и повышение его результативности требует более полного описания математических моделей команды проекта по каждой функции управления.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- 1. Балашов В.Г., Заложнев А.Ю., Иващенко А.А., Новиков Д.А. Механизмы управления организационными проектами. М.: ИПУ РАН, 2003.
- 2. Баркалов С.А. Теория и практика календарного планирования строительного производства. Воронеж.: Воронежская государственная архитектурно-строительная академия, 1999.
- 3. Баркалов С.А., Бурков В.Н. Минимизация упущенной выгоды в задачах управления проектами. М.: ИПУ РАН, 2001.
- 4. Бурков В.Н., Квон О.Ф., Цитович Л.А. Модели и методы мультипроектного управления. М.: ИПУ РАН, 1998.
- 5. Воропаев В., Гельруд Я. Математические модели проектного управления для заказчика // Управление проектами и программами. 2013. №1. С. 18–29.
- 6. Воропаев В., Гельруд Я. Математические модели проектного управления для инвестора // Управление проектами и программами. 2013. №2. С. 102–112.
- 7. Воропаев В., Гельруд Я. Математические модели проектного управления для поставщика // Управление проектами и программами. 2013. №3. С. 180–196.
- 8. Воропаев В., Гельруд Я. Обобщенные стохастические сетевые модели для управления комплексными проектами // Управление проектами и программами. 2008. №1–2.
- 9. Гельруд Я.Д. Модели и методы управления проектами в условиях риска и неопределенности. Челябинск: ЮУрГУ, 2006.
- 10. Математические основы управления проектами / Под ред. В.Н. Буркова. М.: Высшая школа, 2005.
- 11. Товб А., Ципес Г. Менеджмент проектов в практике современной компании // Управление проектами и программами. 2006. №2(6).

