

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЕКТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЗАКАЗЧИКА

В статье впервые в явном виде сформулирована и поставлена задача управления конфигурацией проекта и продукта, рассмотрены математические модели, предназначенные для управления проектной деятельностью на всех фазах жизненного цикла с участием одной из заинтересованных сторон — заказчика проекта. Использование данных моделей направлено на повышение эффективности деятельности заказчика, обеспечивает реализацию его компетенций и достижение поставленных целей при различных условиях осуществления проекта.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** стейкхолдер, математические модели управления проектом, компетенции управления проектом

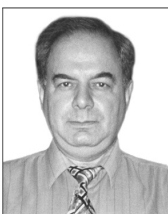
### ВВЕДЕНИЕ

В работе «Математические модели проектного управления для заинтересованных сторон» [1] была сделана попытка структурировать особенности основных заинтересованных сторон (стейкхолдеров) и с их учетом создать математические модели проектного управления. Примеры таких моделей для инвестора, заказчика, команды проекта, основных исполнителей, поставщиков и регулирующих органов построены авторами и будут представлены в цикле статей. Там же авторы отмечали [1], что выбор методов и средств управления проектами в значительной мере определяется тем, управление какой из заинтересованных сторон проекта рассматривается в конкретном случае и при каких условиях.

Заинтересованные стороны в проекте отличаются разными ожиданиями, ролями, мерой ответственности и действиями. Это вызвано наличием у них различных целей в проекте, отличием в оценке степени их достижения, в соответствующих стратегиях и критериях успеха. Перечисленные различия существенно влияют на постановку



**Воропаев Владимир Иванович** — академик РАН и МАИЭС, профессор кафедры управления проектами ГУУ, заведующий кафедрой управления проектами и программами ГАСИС. Международный асессор IPMA и руководитель Международной сертификационной программы SOVNET / IPMA. Автор свыше 250 научных работ. Удостоен в 2005 г. награды IPMA «За выдающийся вклад в развитие мирового УП» (г. Москва)



**Гельруд Яков Давидович** — профессор кафедры предпринимательства и менеджмента Южно-Уральского государственного университета, преподаватель ряда экономических и математических дисциплин. Принимал участие в создании и внедрении более 100 автоматизированных систем управления в различных отраслях промышленности. Автор большого числа публикаций, в том числе монографии «Управление проектами в условиях риска и неопределенности» (г. Челябинск)

управленческих задач проекта, используемые методы, инструменты и технологии решения этих задач, ориентированные на специфические потребности стейкхолдеров. Однако и при моделировании деятельности отдельной заинтересованной стороны могут возникать разные варианты постановки задач, связанные с различными условиями осуществления проекта. Кроме того, методы принятия оптимальных решений также обладают существенной многовариантностью.

Содержание данной и последующих статей, описывающих математические модели проектного управления для разных заинтересованных сторон, носит дискуссионный характер и ни в коей мере не претендует на истину в последней инстанции. Авторы предполагают широкое обсуждение предложенных подходов, с благодарностью примут замечания, дополнения как со стороны практиков в части вербальных постановок задач (возможности задания требуемой исходной информации, полноты и адекватности ограничений, состава критериев и приоритетов), так и со стороны математиков-программистов в части корректности математических моделей. Цель предлагаемого цикла статей — сформировать комплекс взаимосвязанных математических моделей управления всеми заинтересованными сторонами для создания интегрированной автоматизированной системы управления сложным проектом<sup>1</sup>. В последующем будет представлен сквозной комплексный контрольный пример, который вместе с разработанными и откорректированными математическими моделями станет заданием на программирование интегрированной АСУ. Данный пример послужит для отладки всех компонентов системы и сдачи ее в опытную эксплуатацию, в связи с чем разработка и тем более публикация отдельных примеров для каждой стороны — участницы проекта не представляется авторам целесообразной.

Математические модели, предлагаемые в настоящей статье, многовариантны: для каждого

варианта рассматриваются специфические условия, которым адекватна данная модель, при этом предлагаются и анализируются решения. Последние также могут быть многовариантными.

## 1. КЛЮЧЕВЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

### 1.1. Понятие «заказчик»

Ключевые определения, связанные с заинтересованными сторонами, содержатся в «Национальных требованиях к компетентности специалистов по управлению проектами» [8] и приведены авторами в работе «Математические модели проектного управления для заинтересованных сторон» [1]. Остановимся подробнее на понятии «заказчик».

*Заказчик* — это юридическое или физическое лицо, в интересах которого выполняется проект, как правило, это будущий владелец продукта проекта.

Среди основных функций заказчика можно выделить формирование требований к продукту проекта (IT-системе, зданию или сооружению и пр.), определение возможности реализации проекта (наличие необходимых ресурсов — специалистов, оборудования, технологий, финансовых средств), заключение договоров со сторонними исполнителями и поставщиками, учет и контроль выполнения работ, оценку соответствия качества работ условиям договоров, приемку работ и документации. Активное участие заказчика необходимо во всех процессах управления проектом — от инициации до завершения.

Главная забота заказчика при управлении проектом — управление предметной областью проекта. При этом основные объекты его внимания следующие.

■ **Управление требованиями** — процедуры управления специальными требованиями

<sup>1</sup> Интегрированной автоматизированной системой управления (АСУ) сложным проектом авторы называют комплексную интегрированную математическую модель управления сложным проектом. — Прим. ред.

заказчика к результатам проекта, а также к оборудованию, материалам, услугам и процедурам управления, включая их количественные и качественные характеристики.

■ **Управление конфигурацией продукта и проекта** — процедуры, используемые для технического и административного руководства работами, связанными с созданием, поддержанием и контролем изменений в конфигурации проекта и продукта на протяжении его жизненного цикла.

■ **Управление составом работ** — процессы, необходимые для обеспечения того, чтобы в проект были включены все требуемые работы, при этом только те, которые необходимы для успешного завершения проекта.

## 1.2. Состав и содержание компетенций управления проектами

Компетенции для заинтересованных сторон проекта подразделяются на две группы — базовые и специальные:

■ *базовые компетенции* определяют единые для всех заинтересованных сторон требования к составу, содержанию и уровню способностей, знаний, навыков и личных качеств;

■ *специальные компетенции* определяют специфические для определенной заинтересованной стороны проекта требования к составу, содержанию и уровню способностей, знаний, навыков и личных качеств с учетом ее (стороны) роли, интересов и выполняемых функций [8].

Ниже приведен пример специфических характеристик и параметров управления проектами в интересах выбранного нами стейкхолдера — заказчика.

*Ожидания:* готовый продукт, приносящий прибыль.

*Видение проекта:* процесс создания продукта.

*Цель в проекте:* конкурентоспособный продукт, приносящий определенную прибыль.

*Критерии:* минимум отклонений по конфигурации и качеству продукта, получение продукта в срок с минимумом затрат.

*Ограничения:* конфигурация и качество продукта, технические требования, сроки, бюджет.

*Стратегия:* обеспечение выполнения функций заказчика с соблюдением его выгод в проекте.

*Основные риски:* низкое качество продукта, нарушение сроков, превышение стоимости.

*Основные инструменты УП:* комплексный укрупненный план, мониторинг, управление конфигурацией и изменениями, текущая отчетность, оптимизация налогов.

## 1.3. Взаимосвязь математических моделей управления проектами заказчика и других заинтересованных сторон

Схема взаимосвязи предлагаемых моделей представлена на рис. 1.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТОМ ДЛЯ ЗАИНТЕРЕСОВАННОЙ СТОРОНЫ — ЗАКАЗЧИКА

### 2.1. Математическая модель деятельности заказчика, минимизирующая степень изменения конфигурации проекта

*Дано:* комплексный укрупненный план проекта в виде обобщенной сетевой модели, который разрабатывается командой проекта на основе его детализированной модели [2]. Она, в свою очередь, разрабатывается и используется руководителем проекта, его командой и генконтрактором. При этом задаются следующие исходные данные:

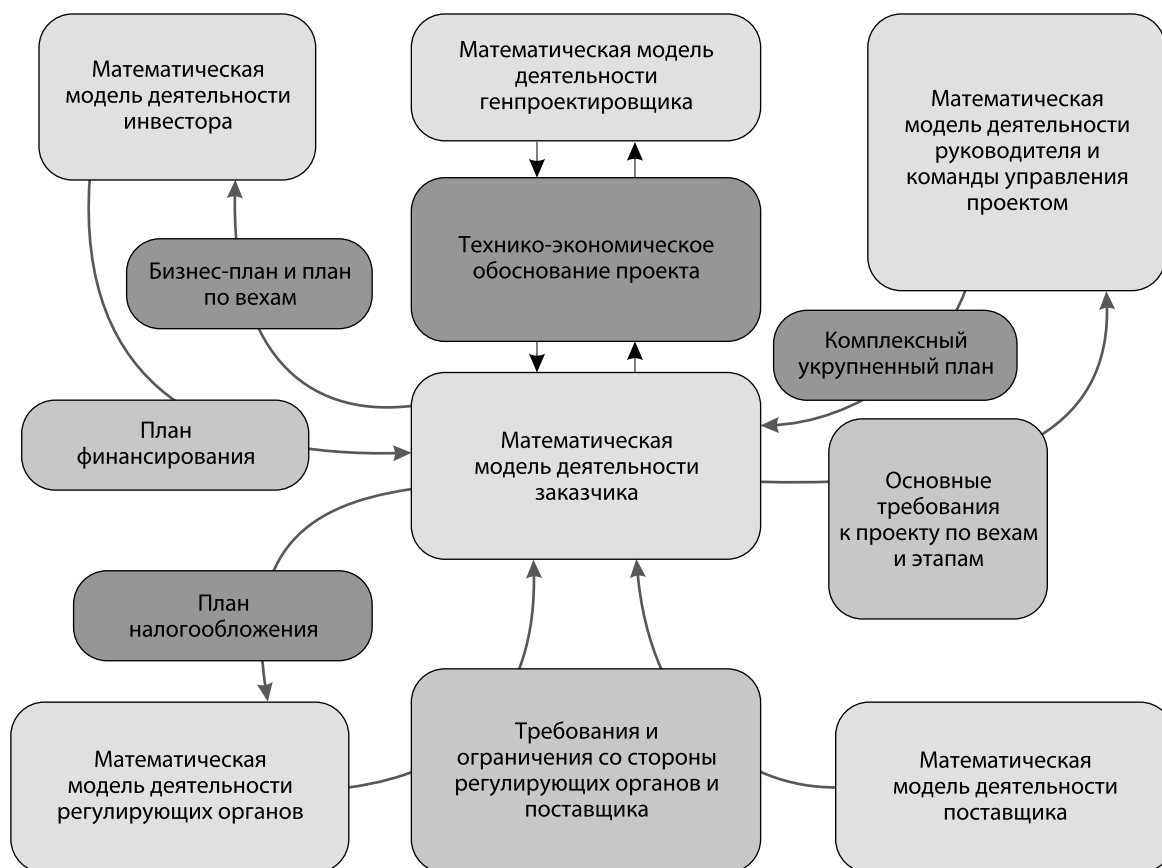
$T_i^p, T_i^n$  — ранние и поздние сроки свершения событий  $i$  в укрупненной сетевой модели;

$a_{ij}, b_{ij}$  — минимальные и максимальные оценки продолжительности работ укрупненного графика;

$r_{ij}$  — затраты на производство работ укрупненного графика;

$I_t$  — бюджетные ограничения временного интервала  $t$  (год, квартал, месяц);

**Рис. 1.** Схема взаимосвязей математических моделей управления проектами заказчика и других заинтересованных сторон



$ЭОК_{ij}$  — экспертные оценки предельно допустимой степени изменения конфигурации работ.

Под изменением конфигурации проекта будем понимать нарушение сроков выполнения работ, исключение работ из реализации и их замену. Для каждой работы по десятибалльной шкале экспертно оценивается степень изменения конфигурации:

$\alpha_{ij}(t)$  — нарушение сроков выполнения работы на  $t$  дней;

$\beta_{ij}$  — исключение работы из реализации;

$\gamma_{ij}$  — замена работы или изменение ее характеристик, —

где значения  $\alpha, \gamma, \beta$ , близкие к 0, показывают малозначимые изменения, близкие к 5 — среднезначимые, близкие к 10 — недопустимые изменения. Остальные значения используются для промежуточных состояний.

Определим степень изменения конфигурации проекта как интегрированный показатель (ИПК), вычисляемый с помощью некоторой функции ФОК, заданной экспертно, по показателям качества

выполнения отдельных работ укрупненного плана  $PK_{ij}$  задаваемым также экспертно. Статистический анализ большого числа проектов, проведенный авторами, показывает, что это функция возрастающая, вогнутая, т.е. положительны первые и вторые производные (возрастают значения как самой функции, так и темпов ее роста). При небольших значениях аргумента (малых изменениях конфигурации работ) функции ФОК могут рассматриваться как степенные с показателем степени  $a > 1$ . Показатель  $a$  является эластичностью, т.е. иллюстрирует, на сколько процентов возрастет степень изменения конфигурации проекта при изменении качества выполнения отдельных работ на 1%.

*Вербальная постановка задачи:* разработать укрупненный календарный план реализации проекта, удовлетворяющий ограничениям по отдельным директивным срокам, ограничениям по объемам финансирования, по качеству выполнения отдельных работ с учетом показателя надежности проекта, минимизируя при этом степень изменения конфигурации проекта.

*Математическая модель задачи* будет выглядеть следующим образом: найти такие сроки свершения событий укрупненного графика  $T_i$  и продолжительности укрупненных работ  $t_{ij}$  при которых:

$$T_i^p \leq T_i \leq T_i^n, \quad (1)$$

$$a_{ij} \leq t_{ij} \leq b_{ij} + \delta_{ij}, \quad (2)$$

где  $\delta_{ij}$  — нарушение сроков выполнения работы  $(i, j)$ ;

$\sum_{(i, j) \in \Omega_t} r_{ij} \times \lambda_{ij}^t \leq I_t$ , (3) — ограничение по объемам

финансирования в период  $t$ ,

где  $\Omega_t$  — множество работ, выполняемых в интервале  $t$ ;

$\lambda_{ij}^t$  — доля работы  $(i, j)$ , выполняемой в период  $t$ .

$$a_{ij}(\delta_{ij}) + \beta_{ij} + \gamma_{ij} \leq ЭОК_{ij}. \quad (4)$$

В данной модели необходимо учитывать суммарный риск проекта — риск недостижения целей, который определяет надежность проекта.

При этом под надежностью необходимо понимать, с одной стороны, свойство проекта, проявляющееся в способности быть реализованным при определенных условиях взаимодействия с внешней средой, а с другой стороны — количественную оценку проекта, однозначно увязывающую вероятность реализации со временем или другими параметрами, характеризующими процесс реализации при заданных условиях.

Для количественной оценки надежности используют так называемые единичные (характеризуют только одно свойство надежности) и комплексные (характеризуют несколько свойств) показатели надежности. Такими показателями могут быть: оценка вероятности своевременного или досрочного завершения строительства объекта, положительная репутация заказчика и его способность выполнить финансовые обязательства перед всеми стейкхолдерами, степень готовности, соответствие фазы строительства графику, аккредитация в банках, страховые гарантии, нагрузка за счет обременения и сетей, конкурентное окружение, схема продаж, состояние исходно-разрешительной документации и пр.

Была предложена модель надежности сетевого проекта как сложной технической системы, в которой за количественный показатель надежности работы принимается вероятность ее безотказного выполнения  $P_{над}$  а в качестве минимального значения показателя надежности проекта — полученная гарантированная оценка вероятности ее выполнения  $O_{над}$  [7]. На этой основе сформулирована задача календарного планирования не только с ресурсными ограничениями, но и с учетом показателя надежности проекта. Представляется целесообразным использовать предложенный метод расчета надежности проекта для рассматриваемой модели деятельности заказчика, только здесь в качестве исходной сетевой модели возьмем комплексный укрупненный план проекта в виде обобщенной сетевой модели. Итак:

$$P_{над} \geq O_{над}, \quad (5)$$

$$ФОК(PK_{ij}) \rightarrow \min, \quad (6)$$

где аргументом функции  $\Phi_{OK}$  является вектор качества выполнения всех работ укрупненного плана.

Целевая функция (6) определяется экспертами эмпирическим путем и может носить весьма специфический характер в зависимости от типа проекта. В дальнейшем авторы планируют разработать методические рекомендации по формированию данной функции для проектов разного вида и сложности. В результате использования данной модели формируется укрупненный план выполнения работ проекта, обеспеченный финансированием, необходимой степенью надежности и оптимальный по качеству.

В рассматриваемой модели и в последующем изложении все параметры обобщенной укрупненной сети носят детерминированный характер. Авторы сознательно пошли на некоторое упрощение, чтобы привлечь к обсуждению предложенных моделей самый широкий спектр разработчиков, практиков и будущих пользователей задуманной интегрированной АСУП. Стохастические и альтернативные сети [4] будут подробно нами проанализированы и использованы в описании математических моделей управления командой проекта. Также будет предложен алгоритм расчета показателей для оценки уровня надежности проекта, входящий в ограничение (5). Часть рассмотренных в настоящей статье показателей будет заменена их  $p$ -квантильной оценкой.

Спецификой модели является экспертное определение показателей качества (степени изменения конфигурации по каждой укрупненной работе и оценки их предельно допустимых значений), а также экспертное же задание вида целевой функции, служащей для вычисления интегрированного показателя качества проекта. Представляется нецелесообразным строить универсальную систему перечисленных показателей в силу уникальности многих проектов и различной важности входящих в него работ, поэтому задание экспертами (представителями заказчика) оценок качества выполнения работ проекта является логичным и методически обоснованным.

## 2.2. Математическая модель деятельности заказчика, минимизирующая степень отклонения от плана финансирования проекта

*Дано:* комплексный укрупненный план проекта в виде обобщенной сетевой модели (как и в разделе 2.1).

Пусть  $T_i^p, T_i^n$  — ранние и поздние сроки свершения событий  $i$  в укрупненной сетевой модели;  $a_{ij}, b_{ij}$  — минимальные и максимальные оценки продолжительности работ укрупненного графика;  $r_{ij}$  — затраты на производство работ укрупненного графика;

$I_t$  — бюджетные ограничения временного интервала  $t$  (год, квартал, месяц);

$\Xi OK_{ij}$  — экспертные оценки предельно допустимой степени изменения конфигурации работ.

Под изменением конфигурации проекта будем понимать, как и в предыдущей модели, нарушение сроков выполнения работ, исключение работ из реализации и их замену. Примем те же обозначения:

$\alpha_{ij}(t)$  — нарушение сроков выполнения работы на  $t$  дней;

$\beta_{ij}$  — исключение работы из реализации;

$\gamma_{ij}$  — замена работы или изменение ее характеристик, —

где значения  $\alpha, \gamma, \beta$ , близкие к 0, показывают малозначимые изменения, близкие к 5 — среднезначимые, близкие к 10 — недопустимые изменения. Остальные значения используются для промежуточных состояний.

*Вербальная постановка задачи:* сформировать укрупненный план выполнения работ проекта, степень изменения конфигурации которого лежит в заданных пределах, имеющий минимальные отклонения от плана финансирования, согласованного с инвестором.

*Математическая модель задачи* будет выглядеть следующим образом: найти такие сроки свершения событий укрупненного графика  $T_i$  и продолжительности укрупненных работ  $t_{ij}$ , при которых:

$$T_i^p \leq T_i \leq T_i^n, \quad (7)$$

$$a_{ij} \leq t_{ij} \leq b_{ij} + \delta_{ij}, \quad (8)$$

где  $\delta_{ij}$  — нарушение сроков выполнения работы  $(i, j)$ .

$$a_{ij}(\delta_{ij}) + \beta_{ij} + \gamma_{ij} \leq \text{ЭО}K_{ij}. \quad (9)$$

Степень изменения конфигурации работ не должна превышать ее предельно допустимой экспертной оценки.

В качестве целевой функции возьмем взвешенную сумму отклонений от плана финансирования проекта:

$$G = \sum_{\forall t} \mu_t \left| \sum_{(i, j) \in \Omega_t} r_{ij} \lambda_{ij}^t - I_t \right| \rightarrow \min, \quad (10)$$

где  $\Omega_t$  — множество работ, выполняемых в интервале  $t$ ;

$\lambda_{ij}^t$  — доля работы  $(i, j)$ , выполняемой в период  $t$ ;

$\mu_t$  — весовой коэффициент периода  $t$ , задаваемый экспертно (логично предположить, что ранние периоды имеют больший вес по сравнению с более поздними, т.к. в ближайшие периоды труднее изменить финансирование проекта).

### 2.3. Математическая модель деятельности заказчика, максимизирующая степень качества проекта

В данном и следующем разделах приводятся только вербальные постановки задач, т.к. их математические модели подобны предыдущей, они отличаются только видом целевой функции. Кроме того, ниже рассматриваются и некоторые подходы к решению сформулированных задач.

Можно проанализировать множество факторов, определяющих качество проекта: экологические, социальные, технические, финансовые и пр. Специфика проекта определяет зависимость качества проекта от определяющих его факторов. В данной модели для этой цели рассмотрим объемы финансирования отдельных этапов и проекта в целом, сроки реализации проекта и его отдельных пусковых комплексов.

Пусть  $F(K, T)$  — функция зависимости качества проекта от вектора  $K$  (объемы финансирования проекта и отдельных его этапов) и вектора  $T$  (сроки реализации проекта и его отдельных пусковых комплексов). Эта функция определяется экспертно, чаще всего на дискретном наборе значений определяющих ее факторов  $P(K, T)$  (задаются наиболее возможные варианты плана финансирования проекта и его частей и соответствующие сроки реализации). Каждый из множества допустимых вариантов плана реализации проекта  $p \in P(K, T)$  должен удовлетворять ограничениям модели, представленной в разделе 2.2. Кроме того, необходимо учесть дополнительные временные ограничения, накладываемые сроками выполнения отдельных комплексов работ.

Целевой функцией в данной модели является  $F(K, T)$ , т.е. необходимо максимизировать качество проекта при соблюдении временных и ресурсных ограничений.

### 2.4. Многокритериальная математическая модель деятельности заказчика

К модели, рассмотренной выше, добавим целевые функции (5) и (10). Таким образом формируется математическая модель задачи по созданию плана реализации проекта, удовлетворяющего временным и ресурсным ограничениям, при этом максимизирующего качество проекта, минимизирующего степень изменения конфигурации проекта и имеющего минимальные отклонения от плана финансирования, согласованного с инвестором. Множество альтернатив  $P(K, T)$  формируется командой проекта, при этом параллельно создаются варианты планов обеспечения необходимыми ресурсами и налогообложения. Данные варианты планов при согласовании с поставщиком и регулируемыми органами могут, в свою очередь, получать оценку качества, связанную с неравномерностью поставок, возможностями поставщика, требованиями регулирующих органов. В этих случаях целесообразно включать в модель и данные критерии отбора вариантов.

Возникает многокритериальная задача формирования плана реализации проекта. В общем виде она не имеет решения, т.е. не существует плана реализации проекта, удовлетворяющего всем перечисленным критериям, но в теории и практике решения подобных задач имеются методологические подходы, обеспечивающие выбор приемлемых вариантов [5]. Ниже мы рассмотрим основные из них. При относительной простоте рассматриваемых методов, в частности метода Саати, они позволяют принимать достаточно объективные и эффективные решения.

Мы сознательно не включили в нижеприведенный перечень различные варианты свертки критериев (аддитивные, мультипликативные, смешанные) в связи с трудностью и зачастую практической невозможностью их нормализации (т.е. обеспечения одинаковой размерности и важности). Определение нормирующих весовых коэффициентов для данной задачи носит весьма субъективный характер.

#### 2.4.1. Оптимизация по Парето

Перед нами поставлена задача с  $k$  критериями  $F_1, F_2, \dots, F_k$ . Пусть в составе множества возможных решений есть два —  $p_1$  и  $p_2$ , такие, что значения всех критериев  $F_1, F_2, \dots, F_k$  для первого решения лучше значений соответствующих критериев для второго решения. Тогда из состава множества  $P(K, T)$  решение  $p_2$  вытесняется решением  $p_1$  (решение  $p_1$  доминирует).

В результате такой процедуры отбрасывания заведомо невыгодных решений во множестве  $P(K, T)$  сохраняются только эффективные (по Парето, или паретовские) решения, характеризующиеся тем, что ни для одного из них не существует доминирующего решения. Множество эффективных по Парето решений более обозримо, чем все множество  $P(K, T)$ . Что касается окончательного выбора решения, то он по-прежнему остается прерогативой человека. Только человек, с его непревзойденным умением решать неформальные задачи, принимать компромиссные решения (не строго оптимальные, но приемлемые по ряду

критериев), может взять на себя ответственность за окончательный выбор.

Однако сама процедура выбора решения, будучи повторена неоднократно, может послужить основой для выработки некоторых формальных правил, применяемых уже без участия человека. Речь идет о так называемых эвристических методах выбора решений. Предположим, что заказчик многократно выбирает компромиссное решение в многокритериальной задаче по созданию плана реализации проекта, решаемой при разных условиях  $\alpha$ . Набирая статистику по результатам выбора, можно разработать алгоритм, в общем случае зависящий от условий  $\alpha$  и самих показателей  $F_1, F_2, \dots$ , и воспользоваться таким алгоритмом для выбора решения, на этот раз уже автоматического, без участия человека.

В некоторых случаях очень полезной оказывается процедура выбора решения в диалоговом интерактивном режиме [4], когда компьютер последовательно выводит на экран серию вопросов о значениях управляемых параметров проекта и варианты ответов (или допустимые интервалы значений), а заказчик выбирает один из них. Каждый следующий вопрос и варианты ответов выбирает заказчик в зависимости от ответа на предыдущий вопрос и содержимого базы знаний. Результатом такого диалога может стать вариант проекта, а также описание рекомендуемых мероприятий.

Интерактивный режим позволяет пользователю выбрать вариант постановки задачи оптимизации (из заданной пользователем совокупности критериев оптимальности и соответствующих наборов оптимизирующих переменных), варианты расчета (по уровню детализации моделей), метод оптимизации из имеющихся в библиотеке и задать его параметры, выбрать и задать параметры метода оптимизации, выбрать варианты печати результатов моделирования в начальной и конечной точке поиска, промежуточных результатов оптимизации.

Значение интерактивного режима в процессе выбора решения трудно переоценить. Оперативный диалог заказчика и компьютера часто



необходим, т.к. обычно задачи при выборе оптимальных параметров проекта включают трудно формализуемые этапы, требующие вмешательства человека, принятия с его стороны тех или иных решений. Кроме того, оперативная связь с компьютером реализует возможность просмотра множества вариантов технических решений за короткое время и выбора оптимального, ускоряет процессы поиска информации, создает условия для ее эффективного использования.

#### 2.4.2. Метод последовательных уступок

Расположим показатели  $F_1, F_2, \dots$  в порядке убывания важности. Сначала следует найти решение, обращающее в экстремум первый (важнейший) показатель  $F_1 = F_1^*$ . Затем назначается исходя из практических соображений и с учетом той точности, с которой нам известны входные данные, некоторая уступка  $\Delta F_1$ , которую мы согласны сделать, изменив на величину уступки экстремальное значение  $F_1^*$ , для того чтобы добиться экстремума второго показателя  $F_2$ . Таким образом, показатель  $F_1$  с учетом уступки переводится в ограничение, и при этом ограничении следует найти решение, обращающее в экстремум  $F_2$ . Далее снова назначаем уступку  $\Delta F_2$ , ценой которой можно обеспечить экстремум  $F_3$ , и т.д. Такой способ построения компромиссного решения хорош тем, что здесь сразу видно, ценой какой уступки в одном показателе приобретается выигрыш в другом и какова цена этого выигрыша.

В рассматриваемой многокритериальной математической модели деятельности заказчика критерии могут иметь разные приоритеты, но наиболее целесообразным представляется следующий порядок:

$F_1 = F(K, T)$  — функция зависимости качества проекта от вектора  $K$  (объемы финансирования проекта и отдельных его этапов) и вектора  $T$  (сроки реализации проекта и его отдельных пусковых комплексов) из модели, представленной в разделе 2.3;

$F_2 = \Phi_{OK}$  — степень изменения конфигурации проекта из модели, представленной в разделе 2.1;

$F_3 = G$  — взвешенная сумма отклонений от плана финансирования проекта из модели раздела 2.2;

$F_4$  — качество плана поставок (оценка вариантов производится совместно с поставщиком);

$F_5$  — качество плана налогообложения (оценка вариантов производится совместно с регулирующими органами).

#### 2.4.3. Метод иерархий

Метод анализа иерархий (МАИ), предложенный Т. Саати в конце 1970-х гг. [6], также относится к многокритериальным методам принятия решений. Его преимущество заключается в простоте используемого экспертного мнения, которое предполагает декомпозицию существующей проблемы на более простые составляющие. В результате такой процедуры определяется относительная значимость исследуемых альтернатив для всех критериев, находящихся в иерархии, выражаемая численно в виде векторов приоритетов. Иерархия включает в себя цель, расположенную на вершине, промежуточные уровни (критерии) и альтернативы, расположенные на нижнем уровне.

Для установления относительной важности элементов иерархии  $v_{ij}$  используется шкала отношений (см. таблицу), позволяющая методом попарного сравнения численно оценить степень преимущества одного сравниваемого объекта перед другим.

В результате строится множество матриц парных сравнений. Каждая матрица  $A$  имеет следующий вид:

$$A = \{a_{ij}\},$$

где  $a_{ij} = v_{ij}$  и  $a_{ji} = 1 / a_{ij}$ ,  $n$  — порядок матрицы парных сравнений.

Для каждой матрицы парных сравнений рассчитываются собственные векторы приоритетов ( $W^E$ ) по следующему алгоритму: нормализуется матрица  $A$  путем деления всех ее элементов на сумму элементов каждого соответствующего столбца. Компоненты вектора  $W^E$  вычисляются как среднее арифметическое элементов строки

Таблица. Оценка важности элементов иерархии

Степень значимости $v_{ij}$	Определение	Объяснение
1	Одинаковая значимость	Два действия вносят одинаковый вклад в достижение цели
3	Некоторое преобладание значимости одного действия над другими (слабая значимость)	Имеются некоторые соображения в пользу предпочтения одного из действий, но недостаточно убедительные
5	Существенная или сильная значимость	Имеются надежные суждения или логические выводы для предпочтения одного из действий
7	Очень сильная значимость	Существуют убедительные свидетельства в пользу одного действия перед другим
9	Абсолютная значимость	Степень предпочтительности устанавливается абсолютно
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения между двумя соседними суждениями	Ситуация, когда необходимо компромиссное суждение
Обратные величины $1 / v_{ij}$	Действию $j$ при сравнении с $i$ присывается обратное значение	При сопоставлении двух действий в обратном порядке значение шкалы $v_{ij}$ приобретает обратную величину $1 / v_{ij}$

нормализованной матрицы. Соответственно, для каждой матрицы сравнений следует оценить:

- максимальное собственное значение  $\lambda_{\max}$  по формуле  $\lambda_{\max} = e^T[A]W^E$  (матрица  $A$  справа умножается на вектор  $W^E$ , и затем все компоненты полученного вектора складываются);

- однородность суждений путем расчета:
  - индекса согласованности:  $IS = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$ ;
  - отношения согласованности:  $OS = IS / CS$ ,

где  $CS$  — среднее значение (математическое ожидание) индекса согласованности случайным образом составленной матрицы парных сравнений. Приближенно  $CS$  можно вычислять по формуле  $CS = \frac{1,98(n - 2)}{n}$ .

Величина  $OS$  должна составлять порядка 10% или менее (в редких случаях до 15%), чтобы быть приемлемой. В противном случае следует перепроверить предоставленные суждения.

*Пример.* Рассмотрим проблему выбора проекта из трех вариантов по четырем критериям: по качеству, изменению конфигурации, отклонению от плана финансирования и затратам (рис. 2).

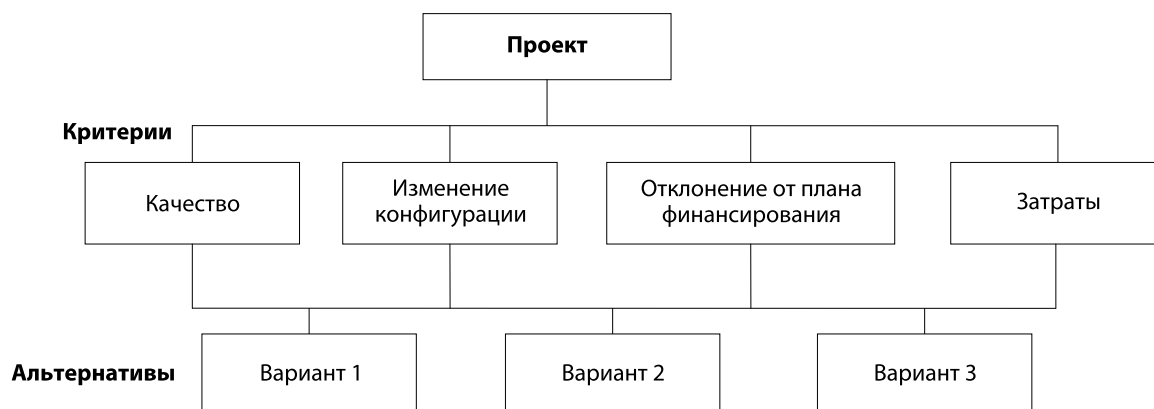
Вначале строится матрица попарных сравнений критериев и формируется вектор приоритетности критериев. Затем для каждого критерия создается матрица попарных сравнений альтернатив и формируются соответствующие векторы приоритетов. Полученные векторы по каждому критерию умножаются скалярно на вектор приоритетов критериев, и таким образом получается результирующий вектор приоритетов альтернатив по отношению к исходной цели — выбору проекта.

Если в процессе расчетов обнаруживается несогласованность суждений экспертов по критериям или альтернативам, то в подобных случаях следует перепроверить предоставленные суждения и произвести повторные расчеты.

## ВЫВОДЫ

Приведенные в статье модели позволяют проанализировать степень заинтересованности со стороны заказчика — участника проекта: определить, каковы его ценности, интересы, место, роль

Рис. 2. Иерархия критериев и альтернатив при выборе проекта



и ответственность в проектной деятельности, как распределены между ним и другими заинтересованными сторонами деньги, власть и иные ресурсы.

Предложенные модели решают задачи математического программирования с линейными и нелинейными ограничениями и целевыми функциями. В настоящее время существует широкий спектр программных средств для этой цели, достаточно упомянуть входящий в Excel пакет Solver.

Предложенные примеры постановок задачи для заказчика могут служить основой разработки многовариантной системы УП, при этом приведенные

выше математические модели отражают многие компетенции заказчика проекта. Они могут уже сейчас служить методологической основой для разработки прикладных пакетов программного обеспечения (автоматизированной системы) для решения заказчиком описанных выше задач управления проектом на всех стадиях его осуществления.

Дальнейшее развитие предложенного подхода заключается в более полном описании математических моделей проектной деятельности других заинтересованных сторон.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Воропаев В., Гельруд Я. Математические модели проектного управления для заинтересованных сторон // Управление проектами и программами. — 2012. — №4.
2. Воропаев В., Гельруд Я. Обобщенные стохастические сетевые модели для управления комплексными проектами // Управление проектами и программами. — 2008. — №1–2.
3. Воропаев В.И., Гельруд Я.Д., Голенко-Гинзбург Д.И., Бен-Яр А. Принятие решений в управляемых циклических альтернативных сетевых моделях для проектов с детерминированными ветвлениями // Управление проектами и программами. — 2010. — №1.
4. Ильин А.В., Ильин В.Д. Интерактивный преобразователь ресурсов с изменяемыми правилами поведения // Информационные технологии и вычислительные системы. — 2004. — №2.

5. Лотов А.В., Поспелова И.И. Теория и методы многокритериальной оптимизации. — М.: Издательство ВМиК МГУ, 2006.
6. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: аналитические сети. — М.: Издательство ЛКИ, 2008.
7. Топка В.В. Минимизация времени и стоимости при ограничении на показатель надежности в дизъюнктивной модели проекта // Автоматика и телемеханика. — 2012. — №7.
8. Управление проектами: основы профессиональных знаний. Национальные требования к компетентности специалистов по управлению проектами. Версия 3.0 / Под науч. ред. В.И. Воропаева. — М.: Проектная Практика, 2010.